

REVISTA
INGENIERIA
DE
SISTEMAS

HACIA UN USO EFECTIVO DE LA INVESTIGACION DE OPERACIONES EN CHILE:
DIAGNOSTICO Y PROPOSICIONES *P. Gazmuri*

PROGRAMACION ENTERA MEJORA EL PROCESO DE LICITACION DE RACIONES
ALIMENTICIAS *R. Epstein • L. Henríquez • J. Catalán • G. Weintraub • C. Martínez*

CONFIGURACION DE FLOTA SUJETA A DEMANDA ALEATORIA
P. Donoso • M. Singer • S. Jara • P. Traverso

ANALISIS DE INTERRELACIONES EN LAS CANASTAS DE COMPRA EN UN
SUPERMERCADO *M. Bosch • A. Musalem*

LA COMBINACION DE UN SISTEMA EXPERTO Y PROGRAMACION LINEAL
MEJORA EL SERVICIO AL CLIENTE EN SOQUIMICH COMERCIAL S.A.
A. Angel • L. Taladriz • R. Weber

REEMPLAZO DE EQUIPOS EN UN SISTEMA PRODUCTIVO COMPLEJO
M. Bosch • S. Varas

EDITOR

Andrés Weintraub P.*Departamento de Ingeniería Industrial,
Universidad de Chile*

EDITORES ASOCIADOS

Felipe Caro • Marcelo Olivares*Departamento de Ingeniería Industrial,
Universidad de Chile*

COMITÉ EDITORIAL

Sergio Maturana*Universidad Católica de Chile***Lorena Pradenas***Universidad de Concepción***Tomislav Mandakovic***Universidad de Chile***Juan Carlos Sáez***Dolmen Ediciones***Susana Mondschein***Universidad de Chile***Ernesto Santibáñez***Universidad Católica de Valparaíso***Luis Llanos***CMPC Celulosa***Mario Tala***Ministerio de Obras Públicas***Miguel Nussbaum***Universidad Católica de Chile***Jorge Vera***Universidad Católica de Chile***Víctor Parada***Universidad de Santiago de Chile***Jorge Yutronic***KYBER*

Las opiniones y afirmaciones expuestas representan los puntos de vista de sus autores y no necesariamente coinciden con los del Departamento de Ingeniería Industrial de la Universidad de Chile.

Instrucciones a los autores:

los autores deben enviar 2 copias del manuscrito que desean someter a referato a: Comité Editorial, Revista Ingeniería de Sistemas, Av. República 701, Santiago, Chile. Los manuscritos deben estar impresos en hojas tamaño carta, a doble espacio, deben incluir un resumen de no más de 150 palabras, y su extensión no debe exceder las 30 hojas.

Los artículos sólo pueden ser reproducidos previa autorización del Comité Editorial y de los autores.

Correo electrónico: ris@dii.uchile.clWeb URL: www.dii.uchile.cl/~ris

Representante legal: Raúl O’Ryan Dirección: República 701, Santiago, Chile.

Diagramación: José Manuel Ferrer

Impresión: Dolmen Ediciones

Agradecimientos a: Ricardo Montoya por reescribir todas las ecuaciones

Hacia un uso efectivo de la Investigación de Operaciones en Chile: diagnóstico y proposiciones.

Pedro Gazmuri Schleyer
Profesor Facultad de Ingeniería
Universidad de los Andes

Resumen

La Investigación de Operaciones ha demostrado ser una disciplina extremadamente exitosa para generar aumentos de productividad en empresas a nivel internacional; ello se refleja por ejemplo en los artículos que aparecen periódicamente en la revista Interfaces, que publica el Institute for Operations Research and Management Science (INFORMS). En Chile, salvo contadas excepciones, la experiencia ha sido más modesta. En este artículo se proponen algunas explicaciones a este fenómeno nacional, a la luz de la experiencia del autor como profesor del área y como consultor de empresas en las que ha desarrollado aplicaciones de I.O. Creemos que estas explicaciones tienen también validez a nivel internacional, lo que permitiría pensar en un futuro aún más promisorio de esta disciplina también en ese ámbito. A partir de estas ideas se proponen algunas estrategias que permitirían un desarrollo fundamentalmente más exitoso de aplicaciones de I.O.

1. Introducción

El propósito de este artículo es presentar algunas reflexiones del autor respecto al uso e impacto de la Investigación de Operaciones (I.O.). Estas surgen de su experiencia de más de 20 años como profesor e investigador del área, en la que le ha correspondido desarrollar una activa enseñanza de pre y post-grado en esta disciplina, y realizar investigación a través de proyectos Fondecyt y Fondef, además de dirigir múltiples memorias de título y tesis de magister en temas relati-

vos a la I.O. Toda esta actividad se ha visto complementada con actividades de consultoría a diversas empresas en la que se han desarrollado modelos diversos de aplicación de I.O.

Nos asiste la convicción de que la I.O. es una disciplina extremadamente fértil y activa, que está llamada a tener un gran impacto en la forma de gestionar empresas en Chile; ello a pesar de ciertas voces de pesimismo, que hablan en sentido contrario. Creemos sin embargo que para que este potencial de la I.O. se ponga en práctica en toda su capacidad, es necesario producir algunos cambios en el ámbito de la docencia y en la forma de desarrollar las aplicaciones de I.O. en la empresa.

En la segunda sección de este artículo se presenta una breve síntesis del estado actual de las aplicaciones de I.O. a nivel internacional; en la siguiente sección se presenta nuestro diagnóstico de la situación en Chile. En la cuarta sección presentamos unas proposiciones de cambio de la situación actual, que en nuestra opinión podrían llevar a un uso mucho más intensivo y eficaz de estas herramientas en el medio empresarial. Una de estas proposiciones se refiere a la definición de un procedimiento estructurado de desarrollo de aplicaciones de I.O.; este procedimiento se describe en la quinta sección del artículo. La última sección incluye nuestras conclusiones y perspectivas de trabajo futuro.

2. Estado actual del desarrollo de aplicaciones de I.O. a nivel internacional

Existen abundantísimas experiencias exitosas reportadas en la literatura internacional de aplicaciones de Investigación de Operaciones a problemas de toma de decisiones. La revista *Interfaces*, que se publica bi-mensualmente desde hace más de 30 años, ha venido incluyendo en cada uno de sus números un promedio de 5 a 6 experiencias exitosas de este tipo. El rango de problemas abordados es muy amplio, y cubre todo tipo de empresas manufactureras y de servicios, de tamaño diverso, de ámbito local o multinacional, como también agencias de gobierno que han utilizado herramientas de I.O. para mejorar significativamente sus políticas de asignación de recursos en problemas públicos.

En 1988, la National Science Foundation de Estados Unidos constituyó un comité de expertos del área de I.O. (CONDOR: Committee On the Next Decade in Operations Research) (Condor, 1988) que elaboró un informe de los logros alcanzados por esta disciplina y de los desafíos y áreas más promisorias de trabajo futuro. Estimaciones realizadas por este comité indicaban que el aumento promedio de productividad que han representado las aplicaciones de I.O. era del orden de un 30%. Algunas de las aplicaciones más exitosas mencionadas en el informe son: el uso de sistemas integrados que combinan herramientas de programación matemática, con sistemas de pronóstico y sistemas expertos, y el uso de estadística y teoría organizacional; la empresa Citgo desarrolló un sistema de este tipo

para sus operaciones de adquisición de crudo, refinamiento y distribución, planificación de marketing (estratégico y operacional) y control de inventarios, con el cual pudo revertir una situación de pérdidas anuales de más de US\$ 50 millones a una situación de ganancias netas superior a US\$ 70 millones. Otras aplicaciones exitosas han tenido que ver con el uso de herramientas de flujo en redes, en las que se han aprovechado avances algorítmicos significativos mediante los cuales se han podido resolver problemas de gran tamaño, relativos a sistemas integrados de logística, orientados a obtener soluciones más efectivas en costos y calidad de servicio. Otra área muy fructífera ha sido la simulación de sistemas, en que se han aprovechado las capacidades de nuevos lenguajes interactivos para modelar sistemas logísticos de gran complejidad; asimismo nuevos desarrollos en el modelamiento de redes de sistemas de espera han posibilitado su aplicación exitosa en la toma de decisiones de diversas empresas.

El aumento de las capacidades computacionales en las empresas, ocurrido durante la década de los 90 y su descentralización hacia los escritorios de los profesionales (en cuanto a grandes capacidades de procesamiento en sus computadores personales y el acceso cada vez más expedito desde estos equipos a las Bases de Datos corporativas), junto con notables avances en las capacidades de modelamiento de problemas y en las velocidades de los algoritmos de solución, han llevado a una mayor masificación de estas herramientas en los países desarrollados. Ha contribuido a ello también los avances de las tecnologías de información y de las herramientas de recopilación de información (como código de barras y otras), que han permitido disponer de grandes cantidades de información, respecto a los procesos operacionales de los distintos negocios, a los hábitos de consumo de los clientes, etc., lo que ha abierto posibilidades antes insospechadas de análisis cuantitativo de los procesos de decisión. Algunos investigadores estiman que estos factores han reducido en dos órdenes de magnitud los costos asociados a desarrollar aplicaciones de I.O.

Como un antecedente del éxito que ha venido teniendo la I.O., A.M. Geoffrion, en uno de sus artículos (Geoffrion, 1992) indica que durante el año 1991, se vendieron en USA más de un millón de copias de software de Programación Lineal y No Lineal.

A pesar de este panorama ciertamente positivo y alentador, se ha venido planteando desde hace ya bastante tiempo, la idea de una crisis de la I.O. Algunos síntomas de esta crisis son los siguientes: el énfasis excesivamente teórico de la investigación que se publica; su desconexión de los problemas reales que enfrentan los tomadores de decisiones; el afán de ajustar los problemas reales a un problema teórico simplificado para el cual sea posible encontrar una solución analítica elegante; el no enfrentar derechamente los problemas confusos (*messy problems*) que son los que verdaderamente aparecen en la vida real; etc. (Coates, 1995; Rosenhead, 1996; Gass, 1987; Corbett et al, 1993; Miser, 1987). T.H. Lee (1989) plantea que la I.O. se ha terminado identificando con el uso de modelos matemáticos y de algoritmos, en contra-posición al desarrollo de la habilidad para formular problemas de management, para resolverlos apropiadamente y para implementar y mantener sus soluciones en ambientes turbulentos.

Otros autores plantean que la I.O se ha desviado de su estilo original de trabajo, que surgió de la necesidad de abordar diversos problemas tácticos y estratégicos durante la Segunda Guerra Mundial, en que el propósito central era salvar vidas.

Como otro síntoma de la crisis, algunos autores comentan el hecho que las revistas orientadas a la gestión de empresas, tales como Business Week o Harvard Business Review ya no incluyen información relevante respecto a la I.O. En otras palabras, los gerentes ya no leen ni les interesa mayormente el tema.

El mismo Lee considera que la actividad de la I.O. puede clasificarse en 3 áreas: la primera se denomina **management science**, y su objetivo es desarrollar nuevos resultados que contribuyan al cuerpo de conocimientos de la disciplina; la segunda se denomina **management consulting**, y se dedica a resolver un problema práctico para alguien. La tercera área se ubica entre las dos primeras y se denomina **management engineering**; su propósito es resolver aquellos problemas prácticos para los que es necesario adaptar herramientas existentes en algún modo novedoso. En su opinión, es esta última área la que se ha ido desvaneciendo. Un management engineer estudia una situación real desde un punto de vista analítico y trata de relacionar lo que ve en el mundo real con los conceptos y marcos de referencia desarrollados por los management scientists.

Gass (1987) plantea que es necesario establecer buenas prácticas de modelamiento; alejarse de la muletilla que modelar es un arte; en su opinión, modelar debe transformarse en una profesión con estándares objetivos. Debemos aprender a estructurar el proceso de modelamiento y a administrarlo adecuadamente, incorporando las herramientas y conceptos de control de proyectos, desde la visión de engineering management.

3. La situación chilena y sus causas

En Chile, las capacidades de desarrollo de aplicaciones han estado muy concentradas en unos pocos centros universitarios. Por otra parte, la difusión de las aplicaciones exitosas desarrolladas por estos centros hacia el medio empresarial ha sido muy marginal. Los gerentes chilenos tienen pocas posibilidades de informarse sobre estas aplicaciones exitosas y en general, sobre el impacto que estas herramientas pueden tener en su negocio. Adicionalmente, las sensibilidades del ambiente gerencial chileno han estado más claramente inclinadas hacia los aspectos financieros y la generación de oportunidades de nuevos negocios, siendo ésta última un actividad más basada en una buena intuición, que en análisis cuantitativos más sofisticados. La convicción de que los aumentos de productividad que la industria nacional necesita urgentemente, si quiere permanecer competitiva en una economía globalizada, deberán provenir de análisis cuantitativos más sofisticados (ir al “área chica” de las operaciones de los procesos), no es algo que esté suficientemente asentado en nuestra cultura de gestión.

Esto afecta tanto a las empresas que participan en mercados internacionales (exportando sus productos a otros países) como a aquellas que enfrentan localmente competencia de empresas internacionales que ofrecen sus productos en nuestro país. Si uno observa la evolución de la industria nacional en los últimos años, tanto manufacturera como de servicios, es fácil concluir que cada vez son más numerosos los sectores que están enfrentando algunos de estos dos niveles de competencia internacional. Creemos que ésta será una tendencia sostenida en el tiempo. Por lo tanto en todos estos ámbitos de negocios, el impacto de la I.O. puede ser muy significativo. Por otra parte, no nos parece que esta potencialidad se circunscriba sólo a empresas de tamaño mediano a grande, si bien es en ellas en las que la literatura internacional reporta las contribuciones más exitosas; se sabe de empresas nacionales más bien pequeñas que están logrando competir exitosamente en alguno de los ambientes internacionales mencionados más arriba. La variable más relevante no es el tamaño de la empresa si no el nivel de competitividad de la industria en que está inmersa.

A nivel gerencial, es sabido que las profesiones dominantes hoy día en Chile son la Ingeniería Comercial y la Ingeniería Civil Industrial. En el primer caso, la formación en enfoques cuantitativos y específicamente, en I.O. es muy escasa, por lo que no es de extrañar que estos profesionales, en su desempeño en la empresa, tengan muy poca sensibilidad hacia el uso de estas herramientas. En el caso de los Ingenieros Industriales, creemos que su sólida formación científico-matemática representa un activo muy importante desde la perspectiva que nos ocupa en este artículo. Sin embargo, creemos que ese activo no ha sido debidamente aprovechado. Hay que pensar que la carrera de Ingeniería Industrial cuenta con un prestigio y un liderazgo indiscutido a nivel nacional, siendo la especialidad más apetecida por los estudiantes, dentro de las opciones de Ingeniería Civil, en forma sostenida durante los últimos 30 años. Por otra parte esta experiencia de currículum, que combina esta formación en Física y Matemática, con una formación en tecnología y gestión de empresas, es bastante única en el mundo. En Estados Unidos por ejemplo, el currículum de ingeniería industrial tiene un perfil bastante más acotado; la aproximación más sistémica sólo ha venido a consolidarse durante la década de los 90 a través de algunos programas de post-grado, cuya novedad principal es esta juiciosa combinación entre tecnología y gestión, combinación que en nuestro país ya está consolidada hace más de 3 décadas!

Creemos que este tremendo potencial de la ingeniería industrial ha sido desaprovechado desde el punto de vista de lograr una mayor utilización de la I.O. en la empresa. Una de las razones de ello es que la formación de I.O. que se entrega en los cursos de la especialidad (a nivel de pre-grado) tiene un claro sesgo teórico, en la que se privilegia más el rigor que los aspectos de aplicación e implementación. Particularmente ausente de estos cursos ha estado todo lo referente a las implicancias de estas herramientas en la productividad de la empresa; curiosamente, revistas como Interfaces no aparecen en la literatura obligatoria o recomendada de estos cursos (aunque sí se utilizan en algunos programas de post-título y post-grado). Al no ser la lectura de este tipo de referencias algo habitual, el estudiante no adquiere la capacidad de seguir informándose de estos contenidos una vez que empieza a desempeñarse como profesional. La literatura re-

visada habitualmente por los ingenieros industriales corresponde a revistas generales de negocios, como Business Week y otras, que como ya hemos comentado, no hacen referencia alguna a la I.O.

Las consecuencias de todo lo anterior son bastante claras: la toma de decisiones en el mundo de la empresa está impregnada de criterios basados en experiencias anteriores, en intuiciones más o menos superficiales, y a lo sumo en cuantificaciones simplistas en base a algunos indicadores de desempeño. Lo que la literatura está indicando al respecto es que los problemas de toma de decisiones son más complejos que esto; que una adecuada comprensión de estos problemas requiere con frecuencia un esfuerzo de modelamiento, y que las mejoras potenciales de productividad que pueden obtenerse usando I.O. son enormes (y sólo son obtenibles por la vía del uso de estas herramientas).

4. Propositiones para un cambio

En esta sección del artículo queremos comentar 5 esfuerzos en los que el autor de este artículo está empeñado, de modo de producir un cambio sustancial en el nivel de uso de la I.O. en la toma de decisiones a nivel nacional; éstos son las siguientes:

- a) **modificación sustancial de los contenidos de I.O. en los currícula de ingeniería industrial:** creemos que los cursos de esta área (habitualmente 3) deben reducir el espectro de técnicas y algoritmos que se analizan, y dejar más espacio para enfatizar la capacidad de análisis que proveen los modelos (visualizar los modelos como herramientas de comprensión de los fenómenos de toma de decisiones, y no sólo como un medio para obtener la solución óptima de un problema puntual). En cuanto al desarrollo de la capacidad de modelamiento en el alumno, ya hemos comentado la opinión de algunos autores en cuanto a que es necesario que modelar se transforme en una profesión con estándares objetivos; por ello los cursos deben avanzar gradualmente hacia el establecimiento de estos estándares. Esta es una idea relativamente nueva a nivel internacional, y por ello hay que estar atentos a la generación de nuevas propuestas y resultados en este ámbito.

En relación a las técnicas, creemos que los cursos de pre-grado deben centrarse en Programación Lineal y sus extensiones (flujo en redes y programación entera) y en Simulación de Sistemas Discretos. Adicionalmente, estos cursos deben abordar el proceso de identificación de problemas y de desarrollo de aplicaciones. Es importante que un alumno, al finalizar esta secuencia de cursos, sienta que cuenta con las herramientas para desarrollar un aplicación exitosa de principio a fin. Es frecuente oír el comentario de alumnos egresados, en cuanto a haberse sentido expuestos a una bonita teoría y a un conjunto de conceptos generales, pero que lo dejaron muy lejos de sentirse preparado para desarrollar sus propias aplicaciones. Todos los cursos deberían utilizar al máximo los paquetes computacionales disponi-

- bles, de modo que se resuelvan modelos de tamaño razonable y se puedan desarrollar discusiones de análisis de resultados.
- b) **desarrollo de un esfuerzo sistemático de educación del medio empresarial:** para ello creemos que es necesario mostrar a los gerentes, en un lenguaje de fácil comprensión, el potencial de la I.O. Ello podría requerir por ejemplo, traducir algunos artículos de Interfaces a nivel entendible para estos profesionales. También sería necesario transmitir un mensaje de alarma, en cuanto a que las empresas que no aprendan a usar estas herramientas dejarán de ser competitivas en el mediano plazo. Finalmente, creemos que es posible sistematizar esfuerzos tendientes a entrenar profesionales en la detección de oportunidades de aplicación de I.O. en su empresa.
 - c) **elaboración de un procedimiento estructurado de desarrollo eficaz de aplicaciones de I.O.** (este procedimiento se detalla en la siguiente sección).
 - d) **desarrollo de experiencias controladas (de laboratorio) de aplicación de este procedimiento;** estas experiencias permitirían probar y perfeccionar el procedimiento de desarrollo de aplicaciones.
 - e) **difusión de los resultados de estas experiencias al medio empresarial**

5. Procedimiento estructurado para el desarrollo de aplicaciones de IO

El propósito de este procedimiento es definir un proceso controlado de desarrollo, en que se definan anticipadamente todas las tareas que deben llevarse a cabo; estas tareas deben estructurarse en una lógica de control de proyectos, la que debe permitir un control de avance del desarrollo con la misma óptica de un proyecto de ingeniería tradicional. Esta óptica es utilizada frecuentemente en proyectos de ingeniería civil y en proyectos de desarrollo de software. Este proceso controlado recoge también la experiencia del autor en el desarrollo de aplicaciones, como también la experiencia de otros autores, en cuanto a ciertos aspectos centrales del desarrollo de un modelo de optimización que no deben dejarse de lado.

Los aspectos más relevantes de este procedimiento son:

- a) **identificación del problema:** esta fase debe ejecutarse como un proceso exploratorio, aún cuando el usuario haya entregado una definición precisa del problema que desea abordar (i.e. no hay que tomar esa definición como si fuera la última palabra en cuanto a cuál es realmente el problema que aqueja a la empresa). Es necesario definir una contraparte con frontera difusa, en que el consultor tenga la libertad para definir personas que entran y que salen de este equipo. Además debe definir un procedimiento de trabajo que le permita moverse libremente en los distintos niveles jerárquicos den-

tro de la organización. En esta etapa se debe identificar el dueño del problema y los usuarios de la solución que se proponga (que pueden no ser las mismas personas). Es necesario gastar tiempo en esta fase y evitar la tentación de correr rápidamente hacia la construcción de un modelo; las neuronas deben gastarse en esta etapa en entender bien el problema, en definir sus fronteras, y no en cuál es el modelo que debería utilizarse.

- b) conceptualización del desarrollo como un proyecto de ingeniería:** este es un aspecto central de nuestra proposición e implica definir en la forma más exhaustiva que sea posible todas las tareas asociadas al desarrollo de la aplicación; los tiempos asociados a estas tareas; fechas y resultados intermedios; puntos de control del avance del proyecto; procedimientos de documentación. Por otra parte, una de las tareas más frecuentes y repetitivas de proyectos de este tipo son las reuniones de trabajo con equipos de profesionales de la empresa; éstas deben ser parte del calendario general del proyecto; además cada reunión debe tener definida con antelación su propósito, contenidos y requerimientos de información. Toda esta información debe vaciarse en una carta Gantt del proyecto, la que debe administrarse con alguno de los paquetes computacionales disponibles para esos efectos.

Esta formulación del desarrollo como un proyecto de ingeniería debe considerar además todos los aspectos que se definen a continuación.

- c) identificación de la solución actual:** para una adecuada comprensión del problema que se debe abordar, es necesario comprender el método que utiliza la empresa para resolver el problema en la actualidad; se deben hacer todos los esfuerzos para llevar este método a un lenguaje estructurado, ya que ello ayuda a llevar la discusión a un marco de referencia cuantitativo.
- d) definición de una métrica que permita medir la calidad de la solución actual;** esta métrica debería identificar indicadores de costo, productividad, calidad de servicio, etc. los cuales deberían consensuarse con la empresa como los indicadores que mejor representan las distintas dimensiones de las ventajas y desventajas de la solución actual.
- e) desarrollo de una intuición de cómo podría mejorarse la situación actual:** la identificación de la solución actual, así como de la métrica anteriormente mencionada, permiten provocar en forma natural una discusión, con los profesionales de la compañía, acerca de cómo podría mejorarse la calidad de dicha solución. Esta discusión debería naturalmente aterrizar en la convicción de la necesidad de utilizar un modelo formal de optimización. De este modo la etapa de modelamiento aparece como un esfuerzo conjunto del consultor con la empresa, en la que, idealmente, es la empresa la que modela, y el consultor juega un papel de facilitador.
- f) documentación del escenario en que está operando el problema e identificación de la dinámica de cambio de este escenario**
- g) documentación de los datos del problema**

- h) formulación del modelo como un proceso evolutivo**, en que tal como se indica en el punto e) anterior, la empresa participa activamente. Además, para desarrollar este proceso de modelamiento evolutivo, el proyecto debe considerar anticipadamente una capacidad adecuada de presentación y análisis de los resultados intermedios que se obtengan de las sucesivas corridas del modelo. Ello permitirá discutir en forma eficiente, con los profesionales de la empresa, los resultados que se vayan obteniendo y generar mejoras al modelo.
- i) desarrollo de una metodología apropiada para presentar los resultados del modelo**: presentar los resultados de un modelo de optimización a profesionales no expertos no es una tarea fácil; por ello, hay que desarrollar esfuerzos de agregación de los resultados y de definición de formatos de modo que éstos se presenten en un formato que sea lo más natural posible para los usuarios. Ello implicará en algunos casos desarrollar un modelo formal de la solución del modelo; es decir, construir un esquema cuantitativo que permita presentar las consecuencias de una solución en el lenguaje que sea más apropiado y natural para sus usuarios.

Muchas de las tareas anteriormente enunciadas no son delegables en profesionales sin experiencia en el desarrollo de aplicaciones de I.O. En el caso de profesores universitarios que lideran este tipo de desarrollos, es necesario convencerse que debemos pasar mucho tiempo en la empresa, haciéndonos cargo de muchas de las actividades del proyecto. Una consecuencia de esto es que los proyectos toman en general más tiempo de lo que se piensa y que su costo de desarrollo es también mayor que lo esperado.

6. Conclusiones y perspectivas.

En este artículo hemos presentado nuestra visión acerca de la relevancia de la I.O. para una gestión efectiva de las empresas en Chile y de las dificultades que es necesario superar para que estas herramientas se apliquen apropiadamente. Nos asiste la convicción de que las empresas que no aprendan a usar estas herramientas en forma rutinaria dejarán de ser competitivas en el mediano plazo. El autor de este artículo está desarrollando en la actualidad algunas de las fases de las propuestas de cambio que se han comentado; en particular, el procedimiento estructurado de desarrollo de aplicaciones ya ha sido probado con éxito en una versión preliminar, a través de aplicaciones de I.O. elaboradas en el contexto de un proyecto Fondef. En esa experiencia, hemos podido desarrollar proyectos completos (que incluye las interfases amigables de ingreso y salida de datos) en un plazo inferior a 3 meses. Adicionalmente, se están desarrollando esfuerzos sistemáticos de difusión de estas ideas al medio empresarial, a través de seminarios de sensibilización.

Referencias bibliográficas

1. “Operations Research: the next decade. Committee on the next decade in Operations Research (Condor)”. **Operations Research**. Vol.36, N°4, 1988.
2. Miser, H.J., “Presidents’ Symposium: Science and professionalism in Operations Research”. **Operations Research**. Vol.35, N°2, 1987.
3. Coates, J.F., “Preparing for the future: the opportunities and limitations for Informs in the Pacific Rim”. **Operations Research**, Vol.43, N°6, 1995.
4. Rosenhead, J., “What’s the problem: an introduction to problem structuring methods”. **Interfaces**, Vol.26, N°6, 1996.
5. Miser, H.J., “ Craft in Operations Research”. **Operations Research**, Vol.40, N° 4, 1992.
6. Gass, S.I., “Managing the modeling process: a personal reflection”. **European Journal of Operational Research**. Vol.31, 1987.
7. Corbett, C.J., L.N.Van Wassenhove, “The natural drift: what happened to Operations Research?”. **Operations Research**, Vol. 41, N°4, 1993.
8. Geoffrion, A.M., “Forces, trends and opportunities in Management Science and Operations Research”. **Operations Research**, Vol.40, N°3, 1992.

Programación Entera Mejora el Proceso de Licitación de Raciones Alimenticias¹

Rafael Epstein ²
Lysette Henríquez ³
Jaime Catalán ⁴
Gabriel Weintraub ⁵
Cristián Martínez ⁶
Marzo, 2001

Resumen

En este trabajo se presenta la aplicación exitosa del uso de un modelo matemático para determinar la adjudicación óptima en una licitación de servicios de raciones alimenticias para colegios en Chile. El proceso involucra 180 millones de dólares y la alimentación de un millón trescientos mil niños aproximadamente, siendo una de las licitaciones estatales más importantes en el país. Para mejorar la calidad de la asignación, se desarrolló un modelo de programación lineal entera que decide la adjudicación entre las distintas empresas concesionarias. El modelo cambió radicalmente la naturaleza del proceso en tres aspectos fundamentales. Primero, dio transparencia y objetividad al proceso completo generando competencia entre las empresas. Segundo, permitió a las firmas construir ofertas territorialmente

-
- 1 El artículo describe las experiencias realizadas en el proceso de licitación de becas alimenticias de la Junta Nacional de Auxilio Escolar y Becas (JUNAEB) entre los años 1997 y 2000, mientras los autores Epstein, Catalán y Weintraub eran consultores de JUNAEB y la institución era dirigida por la Sra. Lysette Henríquez primero y por el Sr. Ricardo Halabí después. Los autores agradecen a todo el equipo humano de JUNAEB involucrado en el proceso de licitación, en especial a Rodolfo Aguayo y Pablo Céspedes por el trabajo informático y a Ana María Aburto y Germán Schultz por la constante colaboración. Las opiniones aquí expresadas son de los autores y no necesariamente representan aquellas de JUNAEB.
- 2 Depto. de Ingeniería Industrial, Universidad de Chile. República 701, Santiago de Chile. repstein@dii.uchile.cl
- 3 Ex-Directora Nacional, Junta Nacional de Auxilio Escolar y Becas (JUNAEB), Chile. PNUD, Méjico. lysette.henriquez@un.org.mx.
- 4 Depto. de Ingeniería Industrial, Universidad de Chile. jcatalan@dii.uchile.cl
- 5 Depto. de Ingeniería Industrial, Universidad de Chile. gweintra@dii.uchile.cl
- 6 Subdirector Depto. de Supervisión, JUNAEB, Chile. cmartinez@junaeb.cl

flexibles para así incluir sus economías de escala, llevando a un uso eficiente de los recursos. Finalmente, el modelo encontró la solución óptima, cuestión nada de trivial si se considera que el problema de asignación es NP-completo y tiene alrededor de 5000 variables enteras. Esta nueva metodología, enmarcada en un nuevo proceso de licitación, mejoró notablemente la razón precio-calidad de las raciones alimenticias, generando ahorros en tres años de US\$ 40 millones, equivalentes al costo de alimentar 115.000 niños durante el mismo período.

1 Introducción

Chile es un país en vías de desarrollo cuyo sistema educacional está formado por 14.000 colegios a lo largo de las 13 regiones geográficas del país. El 91 % de la cobertura escolar es financiada total o parcialmente por el Estado, encargándose de entregar la educación a los niños provenientes de los sectores con menos recursos del país. El 30 % de la población menor a 18 años vive bajo la línea de pobreza. Un factor fundamental para hacer efectiva la igualdad de oportunidades es suplir las carencias de los niños y jóvenes provenientes de los sectores socioeconómicamente vulnerables, a través de programas asistenciales orientados a otorgar alimentación complementaria para reducir el ausentismo y deserción escolar y mejorar el rendimiento escolar, además de programas de salud, vivienda estudiantil y recreación (Henríquez (1999)).

La Junta Nacional de Auxilio Escolar y Becas (JUNAEB), servicio público del sector educación, es la responsable de brindar estos programas asistenciales. En particular, su objetivo fundamental consiste en entregar la alimentación a los alumnos durante su jornada escolar (desayuno, almuerzo, merienda y cena según corresponda). Ésta se brinda en los diferentes colegios con cobertura nacional sin costo para los estudiantes. El presupuesto anual de JUNAEB para programas es de 150 millones de dólares (al año 2000), de los cuales 138 se gastan en el Programa de Alimentación Escolar (PAE), entregando servicios alimenticios a un millón doscientos mil niños aproximadamente. Esto incluye el programa de alimentación regular además del programa de vacaciones y algunos programas de reforzamiento del Ministerio de Educación.

En el año 1980, JUNAEB externalizó los servicios alimenticios a empresas concesionarias, licitando el servicio de raciones alimenticias de los diferentes colegios. En el año 1980 sólo participaron tres empresas, aumentando a treinta en la década del noventa y actualmente el número de empresas participantes es de 26.

JUNAEB tiene un importante poder de negociación frente a las empresas concesionarias debido a los enormes volúmenes de alimentos que demanda. Además posee una vasta experiencia en el rubro, por lo cual también administra los programas de alimentación de JUNJI e INTEGRA, instituciones sociales encargadas de la alimentación de los jardines infantiles del país. La cobertura de ambas instituciones es de 126.000 niños y su presupuesto anual es de 46 millones de

dólares. De esta manera, actualmente, JUNAEB totaliza compras al sector alimentos por 184 millones de dólares anuales, para brindar servicios a 1.326.000 niños aproximadamente.

Cada año se licitan los servicios de raciones alimenticias correspondientes a un tercio del país por un período de tres años. Los montos involucrados en la licitación son del orden de 180 millones de dólares, siendo una de las más grandes para el estado chileno.

Esta es una licitación de alimentación escolar administrada por una institución (JUNAEB), pero que está dirigida a tres instituciones (JUNAEB, JUNJI e INTEGRAL), por lo tanto en su adjudicación requiere conciliar distintos puntos de vista institucionales. Además, entre sus complejidades, está que representa un servicio de alimentación diario que se licita a tres años, pero que puede verse afectado por diversos escenarios bastante cambiantes derivados del largo período de contrato considerado. Por ejemplo, puede variar la cantidad de raciones alimenticias que deben ser brindadas, como también la estructura alimentaria de las distintas raciones, debido a nuevos requerimientos nutricionales.

Los beneficiarios son muy diferentes (sus edades fluctúan entre 2 y 24 años), lo que implica que en la licitación se debe incluir una gran variedad de raciones y servicios de alimentación. De esta manera, el equipo de nutricionistas de JUNAEB ha definido una variedad de productos que deben ser cotizados por las empresas. Por ejemplo, un almuerzo de 850 calorías para enseñanza media, con sus requerimientos nutricionales definidos y la frecuencia de determinados alimentos como carne, pescado y verduras; un desayuno de 350 calorías para enseñanza básica, etc.. Así, una oferta de una empresa debe incluir el territorio geográfico al cual postula y un precio para cada uno de estos 168 productos. En una licitación se presentan alrededor de 4500 de estas ofertas, por lo cual el análisis de todas las combinaciones posibles es altamente complejo.

A pesar de la gran cantidad de dinero involucrado y de la complejidad del problema, hasta el año 1997, la asignación se realizaba utilizando criterios subjetivos, bastante rudimentarios. Básicamente, se aplicaban una serie de filtros sucesivos basados en criterios financieros y técnicos, descartando posibles asignaciones. Así, de manera iterativa se reducía el tamaño del espacio factible hasta obtener una solución, supuestamente de buena calidad. Dado el gran tamaño de la licitación, la solución obtenida era claramente subóptima y, más aún, fácilmente se generaban presiones indebidas sobre los funcionarios responsables de JUNAEB, de parte de las empresas. En este tipo de negociaciones es fundamental adjudicar utilizando métodos objetivos para dar transparencia al proceso. De esta manera, se reduce la posibilidad de que existan presiones ilícitas y se obliga a las empresas a competir vía calidad y precios (Milgrom (1989)).

Conocidos estos antecedentes, en el año 1997, la dirección de JUNAEB le encargó a un equipo de ingenieros de la Universidad de Chile el diseño e implementación de un nuevo mecanismo de asignación para la licitación del servicio de raciones alimenticias. En este trabajo se muestra el desarrollo e implementación de este nuevo mecanismo, en el cual se utiliza un modelo de pro-

gramación lineal con variables binarias para asignar en forma óptima un proceso de licitación a las distintas empresas oferentes. Esta herramienta fue utilizada exitosamente en la licitación de alimentos escolares del año 1997, repitiéndose la experiencia en las licitaciones siguientes de los años 1999 y 2000. En estas dos últimas licitaciones, la metodología fue mejorada introduciendo mayor flexibilidad. Así, fue posible analizar posibles escenarios que podrían darse a lo largo del período de contrato considerado (tres años), pero cuyas definiciones deben ser anuales, encontrando una solución robusta frente a los distintos escenarios. JUNAEB pretende seguir utilizando esta metodología en los futuros procesos de licitación.

La introducción de herramientas matemáticas fue determinante para realizar un proceso de negociación limpio y transparente, generando competencia entre las empresas. Además, el modelo permitió capturar las economías de escala existentes para las firmas participantes. Finalmente el modelo llevó a una asignación óptima de los recursos. De esta manera, fue posible licitar el servicio de raciones alimenticias de la forma más ventajosa posible, aspecto fundamental si se considera que en este proceso se compromete la calidad de la alimentación de alrededor de un millón trescientos mil niños en Chile, muchos de los cuales basan su nutrición en la comida recibida en los colegios.

2 El Proceso de Licitación

Para efectos de la licitación el país se divide aproximadamente en 90 unidades territoriales (desde ahora U.T.). Es decir, en promedio, cada una de las 13 regiones geográficas del país se divide en 7 U.T.. Se licita un tercio de ellas cada año por un período de tres años.

El proceso empieza con el llamado y registro de empresas, donde JUNAEB las clasifica desde el punto de vista administrativo, técnico y financiero. Esto permite, por una parte descartar empresas que no cumplen con los estándares mínimos de confiabilidad y, por otra, clasificarlas de acuerdo a sus capacidades. Existen dos clasificaciones:

- Según su capacidad financiera y operativa, las empresas se clasifican en cinco categorías distintas de acuerdo a la cantidad máxima de U.T. a las que pueden aspirar.
- Según las evaluaciones técnicas realizadas, las empresas obtienen una calificación global de desempeño, la que puede utilizarse en el modelo de asignación como se verá más adelante.

Luego se realiza el llamado público a la licitación y la venta de bases. Posteriormente las empresas concesionarias (que son alrededor de 26) presentan sus ofertas. Lo hacen de manera electrónica, en diskette, el cual recibe una codificación y la relación nombre-código de la empresa queda en Notaría, por lo tanto no es conocido por los evaluadores hasta el momento de la adjudicación.

Las ofertas de las empresas incluyen un proyecto técnico y las ofertas económicas. El proyecto técnico presentado por las empresas se basa en los requerimientos establecidos por JUNAEB, entre los cuales destacan:

- Los nutricionales, en que las diferentes raciones deben cumplir con sus respectivas definiciones nutricionales.
- Los de estructura alimentaria, donde se señalan los tipos de servicios (almuerzo, desayuno, etc.) y la frecuencia o presencia mínima y máxima de determinados alimentos y los requisitos de variedad mínima en las preparaciones.
- Los insumos y sus características mínimas de calidad.
- Las condiciones de operación: higiene, abastecimiento, manipulación, supervisión, etc.
- Los requisitos de infraestructura: mobiliario, equipo y vajilla, etc.

JUNAEB evalúa si cada empresa cumple o no con los requisitos solicitados. Las ofertas de las empresas que califican exitosamente las pruebas anteriores siguen participando en la licitación y compiten vía precios, a través de las ofertas económicas. La forma de licitar cumple con las recomendaciones del Banco Mundial para dar garantías de transparencia: primero definir barreras técnicas para asegurar que los requerimientos mínimos sean satisfechos y luego adjudicar por precio. La calidad de servicio se puede regular aumentando las barreras técnicas.

Cada oferta económica presentada por las empresas concesionarias incluye un conjunto desde 1 a 8 U.T. a cubrir, resguardando el límite máximo que le permite la clasificación respectiva. Las empresas presentan tantas ofertas como quieran y cada oferta se acepta o rechaza por completo, es decir, no es posible aceptar fracciones de ofertas. Por ejemplo, si una empresa presenta una oferta que incluye 5 U.T., el paquete completo se acepta o se rechaza, pero no es posible aceptar la oferta por sólo 3 de las 5 U.T.. Si cierta oferta de una empresa es aceptada, significa que la empresa debe brindar todos los servicios de raciones alimenticias en las U.T. correspondientes a esa oferta.

Al permitir ofertas que sean paquetes de U.T. se busca aprovechar las economías de escala que puedan tener las empresas al brindar un mayor número de prestaciones. Es decir, el precio de una oferta que contiene las U.T. X e Y, probablemente será inferior a la suma de los precios de ofertas separadas e individuales por las mismas dos U.T.. Las economías de escala aparecen por varios motivos: infraestructura común que utilizan U.T. cercanas, descuentos por volumen en la compra de insumos, transporte más eficiente, mejor uso del personal, etc..

En general, las empresas presentan muchas ofertas, que van desde ofertas pequeñas de una sola U.T. a ofertas más abultadas las cuales incluyen varias U.T.. La presentación de ofertas constituidas por paquetes de U.T. lleva a que el problema de asignación sea combinatorial y su solución no trivial. En efecto, el problema resultante contiene problemas combinatoriales clásicos tales como cubrimiento, multi-knapsack y localización, todos ellos pertenecientes a la clase NP-completo (Nemhauser y Wolsey (1988)). El uso de herramientas matemáticas per-

mitió resolver óptimamente este difícil problema combinatorial, haciendo posible aprovechar las economías de escala existentes para las firmas y reduciendo así, el costo total de la asignación.

En cada oferta las empresas deben cotizar 168 productos, correspondientes a diferentes productos definidos por el equipo de nutricionistas de JUNAEB y de las otras dos instituciones participantes. En primer lugar, dado los diferentes servicios brindados, existen treinta tipos de raciones alimenticias, en que cada una establece el número de calorías a brindar y requerimientos nutricionales específicos. Por ejemplo, la ración B350 es un desayuno para enseñanza básica de 350 calorías; la ración M1000 es un almuerzo para enseñanza media de 1000 calorías.

Para cada una de estas raciones, las nutricionistas han definido tres estructuras alimentarias referentes a diferentes combinaciones de alimentos posibles para alcanzar el número de calorías determinado en cada ración. Las estructuras alimentarias son de distinta calidad, con lo cual JUNAEB puede cotizar una variedad de productos, unos mejores que otros. Por ejemplo en un almuerzo de 650 calorías una estructura alimentaria establece diez veces carne al mes (vacuno, pollo, pavo, cerdo o cordero en distintas formas), dos veces legumbre y cuatro veces pescado al mes; mientras que otra alternativa de estructura alimentaria establece catorce veces carne al mes, una vez legumbre y cuatro veces pescado al mes. Es decir, cada producto es una ración alimenticia perfectamente definida por el equipo de nutricionistas de JUNAEB, en que se establece el número de calorías a brindar, los requerimientos nutricionales y la frecuencia de alimentos requeridos. En cada oferta, las empresas deben ofrecer un precio para cada uno de estos productos.

Los precios ofertados corresponden al nivel de demanda del 100 %, es decir, cuando se brinda el número de raciones alimenticias planificadas. Además, las empresas piden un precio más alto por ración, si la demanda baja a un 80 % y un precio aún mayor si baja a un 60 %. Así, se disminuye el riesgo al cual están expuestas las empresas debido a una menor cobertura (huelga de profesores, epidemia de alguna enfermedad, etc.), llevando a una disminución de los precios ofertados para la demanda base del 100 %, que es el escenario más relevante y probable. Por otro lado, las empresas pueden ofrecer un descuento si el nivel de demanda supera un 104 %, en caso que aumente el número de alumnos o se extienda la jornada escolar. Este descuento es un porcentaje parejo por ración.

De esta manera, una oferta económica incluye:

- Las U.T. a las cuales postula.
- Los precios correspondientes a treinta tipos de raciones en que cada una establece un número de calorías a brindar. Para cada una de estas raciones se cotizan precios referentes a tres diferentes alternativas de estructuras alimentarias (**escenarios tipo A**). Adicionalmente, se incluyen la raciones brindadas por JUNJI e INTEGRA.

- Para cada combinación ración-estructura alimentaria mencionada en los puntos anteriores, se presentan tres precios distintos, uno para cada nivel de demanda. Además se ofrece un descuento por ración si el nivel de demanda crece (**escenarios tipo B**).

De esta manera, considerando las diferentes raciones, estructuras alimentarias y niveles de demanda se llega a 168 precios (algunas combinaciones no existen). En la Figura N°1 se presenta una muestra de una parte del Formulario Único de Oferta Económica que deben llenar las empresas por cada oferta que presentan.

Oferta N°: 110			
Código Empresa: 1234			
U.T. Ofertadas: 505 - 506 - 507 - 0 - 0 - 0 - 0 - 0			
% Descuento por ración si nivel de demanda supera el 104 %: 1,5			
Alternativa Estructura Alimentaria 1			
Tramos Niveles de Demanda	B250	B350	B700
100 - 80	\$ 138,63	\$ 157,63	\$ 362,37
80 - 60	\$ 154,03	\$ 175,14	\$ 402,63
< 60	\$ 184,84	\$ 210,17	\$ 483,16
Alternativa Estructura Alimentaria 2			
Tramos Niveles de Demanda	B250	B350	B700
100 - 80	\$ 143,63	\$ 160,73	\$ 377,32
80 - 60	\$ 159,59	\$ 178,59	\$ 419,24
< 60	\$ 191,51	\$ 214,31	\$ 503,09

Figura 1: Muestra de parte del Formulario Único de Oferta Económica. Por cada oferta que presentan, las empresas deben incluir el código de las U.T. ofertadas, los precios correspondientes a cada ración alimenticia (B250, B350, etc.) y a cada estructura alimentaria (1, 2 o 3), según el tramo del nivel de demanda correspondiente (100-80, 80-60 o < 60). Adicionalmente, se incluye el descuento por ración si el nivel de demanda supera el 104 %.

El costo total de una oferta, dada una estructura alimentaria y nivel de demanda, depende del número de raciones de cada tipo a brindar en cada U.T., el cual depende de la población escolar. El equipo de nutricionistas de JUNAEB determinó dos composiciones diferentes del número de raciones de cada tipo a brindar en cada U.T., llamadas Maestros (**escenarios tipo C**).

El Maestro 1 establece, por ejemplo, que en la U.T. X se brindan 20.000 raciones diarias B250, 15.000 raciones diarias B700, etc.; mientras que el Maestro 2 establece que se deben brindar 20.000 raciones diarias B250, 15.000 raciones diarias B800, etc.. En general, el Maestro 2 considera raciones con un mayor número de calorías que el Maestro 1, algunas de las cuales no se brindan en el actual Programa de Alimentación. Por ejemplo, el Maestro 2 considera almuerzos de 1200 calorías para cierto segmento de estudiantes de enseñanza media, mientras que el Maestro 1 considera almuerzos de 1000 calorías para el mismo segmento. Para un Maestro dado y conociendo los 168 precios de una oferta y las U.T. que cubre, se puede valorar el costo total de una oferta para una estructura

alimentaria y nivel de demanda determinados. Para ello, se deben multiplicar los precios unitarios de cada producto por las cantidades establecida en el Maestro y realizar la suma total.⁷

3 Modelo Matemático de Asignación

El objetivo es escoger una combinación de ofertas (de un total de 4500 ofertas aproximadamente que son candidatas a ser aceptadas) para cubrir todas las U.T. a costo mínimo. La asignación óptima se sensibiliza utilizando dos funciones objetivo distintas: i) considerando sólo el costo asociado a JUNAEB; ii) considerando el costo de las tres instituciones juntas (**escenarios tipo D**).

La calificación global de desempeño obtenida por las empresas según las evaluaciones técnicas (Sección 2) puede ser considerada en la asignación de la siguiente manera. Los precios de las ofertas de las empresas con mejor calificación son reducidos por un factor, privilegiándolas en la adjudicación por sobre las ofertas de empresas con peor desempeño. También se sensibilizan las asignaciones óptimas con y sin utilizar la corrección por el factor de desempeño (**escenarios tipo E**).

Además, se deben considerar las restricciones adicionales del problema, las que se detallan a continuación:

- Para evitar una concentración excesiva, que hace más vulnerable el programa, se limita el número máximo de U.T. que pueden ser asignadas a una empresa. Cada empresa tiene un límite distinto que depende de su capacidad financiera y operativa (Sección 2).
- En la misma línea y para fomentar la diversificación en el sistema, se limita el número de ofertas de una misma empresa que pueden ser aceptadas (**restricciones tipo F**).
- Se impone un número máximo de empresas que pueden ser asignadas a cada una de las regiones geográficas del país, de modo de facilitar la operación de JUNAEB en relación a los mecanismos de control y supervisión sobre ellas (**restricciones tipo G1**).
- Por otro lado, se restringe el número mínimo de empresas por región para poder controlar imprevistos. De esta manera, si alguna empresa falla por algún motivo, sus servicios pueden ser suplantados temporalmente por otra empresa que esté operando en la misma región (**restricciones tipo G2**).
- Sólo se consideran las ofertas que caen dentro de una banda de precios predeterminada, eliminando a-priori ofertas de muy bajo costo que son irrealistas. Este sería el caso de empresas que probablemente han subesti-

⁷ El modelo matemático descrito a continuación, su posterior resolución e implementación y los resultados obtenidos corresponden a la licitación del año 1999.

mado sus costos y al presentar costos tan bajos resultarían ganadoras en la licitación. Ofertas de tan bajo costo llevarían a una reducción de la calidad y a incumplimientos del contrato por parte de la empresa, problemas que JUNAEB prefiere prevenir (**restricciones tipo H**).

La adjudicación óptima se sensibiliza incluyendo o sin incluir cada una de las restricciones anteriores (F, G y H), de modo de cuantificar el costo monetario asociado a imponer cada una de ellas. Sólo la restricción referente a un número máximo de U.T. por empresa es impuesta siempre. Además, se consideran los distintos escenarios correspondientes a diferentes estructuras alimentarias (A), los niveles de demanda (B), los dos Maestros (C), las dos funciones objetivo (D) y el factor de desempeño (E). De esta manera, realizando el cruce entre todas las variaciones posibles (algunos no existían), se generaron 704 escenarios a analizar, los que se resumen en la Figura N° 2.

Escenarios Analizados		
Variaciones	Descripción	Nº de alternativas
A	Diferentes estructuras alimentarias	3
B	Niveles de demanda (100 %, 104 %, 80 % y 60 %)	4
C	Dos Maestros	2
D	Función objetivo (JUNAEB solamente o tres instituciones)	2
E	Con y sin considerar categoría de desempeño de empresas	2
F	Con y sin considerar límite máximo de ofertas por empresa	2
G	Con y sin considerar límite de empresas por región	2
H	Con y sin descartar ofertas que se salen de la banda de precios	2
TOTAL		704

Figura 2: Se analizaron diversos escenarios correspondientes a los siguientes cruces, lo que generó 704 instancias del modelo.

Para encontrar la asignación óptima en cada uno de estos escenarios se formuló un modelo de programación lineal con variables binarias. Se define una variable binaria por cada oferta, en que la decisión es si aceptar o no la oferta. Además, se define un conjunto de variables binarias auxiliares utilizadas en las restricciones que limitan el número de empresas por región. De esta manera, el modelo incluye 4600 variables binarias.

El modelo contiene varios problemas combinatoriales clásicos como el problema de cubrimiento, multi-knapsack y localización, todos ellos NP-completos. Es decir, nuestro problema de asignación pertenece a la clase de problemas combinatoriales más difíciles de resolver.

La cantidad de instancias del modelo a resolver era 704 y dado los plazos existentes el tiempo para hacerlo escaso, por lo cual era importante que la resolución de cada instancia tomará un tiempo pequeño. Por ello, y dada la potencial complejidad del problema, se agregaron restricciones al modelo de modo de fortalecer la relajación lineal de la formulación. En primer lugar, se agregaron planos de corte, conocidos como “packing” para robustecer la relajación lineal del problema entero.

Adicionalmente, para algunas instancias se desacopló un conjunto de res-

tricciones. Esta técnica de fortalecimiento, frecuente en modelos de localización no capacitados, nos entregó un modelo “expandido” con mejor relajación lineal que el original, pero de mayor tamaño. La idea consistía en que la formulación “expandida” requería menos iteraciones en la etapa de ramificación y acotamiento pero cada iteración era más costosa en tiempo porque el modelo era mayor. Esta formulación se utilizó en las instancias más difíciles con buenos resultados.

El modelo fue programado en FORTRAN 90 y fue resuelto utilizando el programa computacional CPLEX en un computador Pentium III. Se resolvieron las 704 instancias del modelo, cada una en menos de tres minutos, para lo cual fueron necesarios los cortes de “packing”, y en algunos casos, la formulación expandida. En el Apéndice se describe en detalle el modelo de programación lineal entera utilizado para encontrar la asignación óptima de ofertas en cada una de las instancias del modelo analizadas.

4 Resolución e Implementación

Al resolver las diferentes instancias del modelo fue posible encontrar las soluciones óptimas para los distintos escenarios, lo que le permitió a la Comisión de Adjudicación de JUNAEB evaluar diferentes escenarios, como también la calidad y robustez de las soluciones.

Por ejemplo, se determinó el costo total de aumentar la calidad de las raciones alimenticias. Para ello, se comparó el valor de la función objetivo en el óptimo para los escenarios correspondientes a las diferentes alternativas de estructuras alimentarias (A). También se encontró el costo asociado a brindar nuevos tipos de raciones con mayor peso calórico, para lo cual se analizaron las soluciones óptimas de los dos Maestros (C).

Al comparar las soluciones óptimas considerando las dos funciones objetivo (sólo JUNAEB o las tres instituciones) se encontró el costo que le significa a JUNAEB incluir a JUNJI e INTEGRÁ en la licitación (D). Al mismo tiempo, se determinó el costo de las soluciones óptimas asociado a JUNAEB y el costo asociado a las otras dos instituciones. Estas cifras son de mucha importancia porque le permiten a las respectivas instituciones saber si están dentro de su presupuesto y si deben exigir al gobierno un aumento del mismo.

Además fue posible saber cuánto vale realizar una asignación menos riesgosa con empresas que tengan mejor calificación de desempeño (E). También se determinó el aumento del costo de la solución al limitar el número de ofertas por empresa, de modo de diversificar la asignación (F). Asimismo se obtuvo el costo asociado a limitar el número de empresas por región (G) y el asociado a descartar las ofertas que salen de la banda de precios (H).

Adicionalmente, el objetivo era implementar una solución robusta para los distintos escenarios bajo análisis. Por ejemplo, se verificó la consistencia en el comportamiento de la solución óptima para el escenario en el cual se considera el 100 % de demanda y cuando el escenario efectivo es una demanda de solamente el 80 % de lo presupuestado (B). Además, es útil saber que tan robusta es la solución con respecto a las distintas alternativas de estructuras alimentarias, debido a que la asignación puede realizarse considerando una estructura determinada y al año siguiente ésta puede ser cambiada.

El análisis recién mencionado fue llevado a cabo mediante la construcción de tablas con información estadística considerando las soluciones de las diferentes instancias del modelo. Por ejemplo, se hicieron tablas que permitían analizar el desempeño de la solución óptima de una instancia, si el escenario efectivo era uno distinto. Esta información fue estudiada por la Comisión de Adjudicación de JUNAEB para realizar la asignación de la licitación.

En primer lugar, la Comisión decidió que la función objetivo a utilizar era la que incluía las tres instituciones participantes, ya que se deseaba maximizar el beneficio social y no sólo el de una institución en particular. Luego se decidió analizar solamente las soluciones correspondientes al Maestro 1 y a dos alternativas de estructuras alimentarias, ya que el resto excedía notablemente el presupuesto de las instituciones. De esta manera quedaron 128 instancias a analizar. Después se compararon estas dos alternativas de menú decidiendo brindar la más económica, la cual era aproximadamente 2,5 millones de dólares más barata por año. La Comisión de Adjudicación determinó que la diferencia de costo era demasiado alta, considerando que los menús no diferían demasiado en cuanto a su calidad.

Luego se determinó que la institución estaba dispuesta a pagar por tener empresas con mejor calificación de desempeño. Un costo total sólo un 4 % mayor entregaba una solución con empresas, en promedio, 40 % mejor calificadas lo cual era altamente conveniente. También se decidió exigir las restricciones de límite de ofertas por empresa y límite de empresas por región. El costo extra total correspondiente a estas dos exigencias era de 800 mil dólares anuales, costo que la institución estuvo dispuesta a pagar por una asignación más robusta. Por último, se decidió no considerar la restricción de banda de precios, ya que sólo dos ofertas quedaban fuera de la banda en la solución escogida y el costo era aproximadamente un millón de dólares menor que el correspondiente a la solución considerando la banda de precios. Así, se escogió una asignación que incluye a nueve empresas, cada una con una oferta y que tiene un costo anual de 60 millones de dólares para el sistema total y de 45 millones para JUNAEB. La solución obtenida era la óptima para el nivel de demanda correspondiente al 100 %. Sin embargo, se verificó que era muy robusta en relación a los otros niveles de demanda e incluso a otras estructuras alimentarias (estaba a menos del 0,1 % del óptimo en los otros escenarios).

Todo este proceso, que incluye la evaluación de cada escenario y la confección de las estadísticas, se debió realizar en una semana debido a los plazos legales permitidos en el proceso.

5 Resultados Obtenidos y Conclusiones

La utilización de un modelo matemático para realizar la asignación en la licitación del servicio de raciones alimenticias, en conjunto con otras medidas destinadas a mejorar la gestión de JUNAEB, llevaron a una serie de notables mejoras. Al comparar la licitación del año 1999 (asignada con modelo matemático) con la reemplazada, correspondiente al año 1995 (asignada sin modelo), se observa una mejora sustancial de la calidad de los aportes nutricionales, de la estructura alimentaria de las raciones, de la infraestructura de los servicios de alimentación y de la condición laboral de las manipuladoras en las escuelas. Una comparación detallada de las características de las licitaciones de 1995 y 1999 se encuentra en la Figura N° 3. Todas estas mejoras representan un incremento de costos de 24 % en relación a 1995 (en términos reales), sin embargo, el precio de la ración promedio sólo se incrementó en un 0,76 %. Lo esperado, de acuerdo a la tendencia, hubiera sido un incremento a lo menos de un 22 % en el precio. Si consideramos los tres años que dura la licitación, el ahorro asciende a aproximadamente 40 millones de dólares en todo el período, lo que equivale a la alimentación de 115.000 niños por tres años.

La cobertura de JUNAEB aumentó desde 1995 hasta el año 2000, de 870.000 niños a 1.200.000 niños. Además, según varias encuestas realizadas, se observó que la satisfacción de los estudiantes con respecto a la calidad de la alimentación se mantuvo en un alto nivel. Por último, se debe notar que el año 1997, en el cual se introdujo el modelo matemático para realizar la asignación, fue un punto de inflexión en el mejoramiento del proceso de licitación. En efecto, a pesar de que el presupuesto de JUNAEB decreció en un 1 % en relación al año 1996, la cobertura aumentó en un 8% (Córdova (1999)).

La utilización del modelo matemático para realizar la asignación llevó a estos sobresalientes progresos y ahorros debido a que:

1. Es un método de decisión objetivo y transparente, reduciendo la posibilidad de que se generen presiones indebidas de parte de las empresas involucradas. En efecto, el mecanismo hace que las decisiones sean más objetivas y los resultados obtenidos absolutamente replicables, pudiendo ser mostrados a la opinión pública cuando sean requeridos.
2. Es un mecanismo de adjudicación justo, imparcial y confiable, lo cual genera competencia entre las empresas obligándolas a aumentar su eficiencia y productividad. Así, las empresas mejoraron la calidad del servicio entregado, a un menor precio y aún así teniendo utilidades. En efecto, las utilidades promedio sobre ventas de las empresas aumentaron desde un 3,2 % en 1995 hasta 4,9 % en 1999. Las utilidades promedio sobre capital propio aumentaron desde 28% en 1995 hasta 38 % en 1999, lo que demuestra el aumento en la inversión realizada por las empresas.

Aportes Nutricionales - Nutrientes (Ración B700)	
Licitación 1995	Licitación 1999
Grasas: máximo 30 %. Sacarosa: No especificada. Vitamina C: 19,8 mg. Calcio: 264 mg.	Grasas: máximo 10 %.* Sacarosa: Límite máximo 25 gr.* Vitamina C: 45 mg.* Calcio: 400 mg.* (*): De acuerdo a recomendaciones dietarias.

Estructura Alimentaria	
Licitación 1995	Licitación 1999
Lácteos: 1 vez a la semana leche al 50 % y 4 veces a la semana sustituto lácteo con 30 % de leche. Carneos: 4 veces carne molida al mes (20 grs.). Fruta: 4 veces al mes Ensalada: opcional. Pan: opcional. Galletas: opcional.	Lácteos: 4 veces a la semana leche al 50 % y 1 vez a la semana sustituto lácteo con 30 % de leche. Carneos: 6 veces carne al mes (40 grs.) Fruta: 6 frutas frescas al mes más 2 en conserva o deshidratada. Ensalada: 6 veces por mes (60 grs.). Pan: 3 veces por semana en desayuno. Galletas: 1 o 2 veces por semana.

Infraestructura
Principal infraestructura adicional en las escuelas sobre el año 1995: Refrigerador / congelador. Campana de Extracción. Lavaplatos de acero inoxidable/enlozado. Luminarias. Vajilla nueva al inicio del programa.

Situación Manipuladoras
La situación de las manipuladoras mejora con respecto a 1995 en los siguientes aspectos: Salarios se incrementan en términos reales en 41,5 %. Todos tienen bonos imponibles. Se exige trimestralmente certificado de Inspección del Trabajo de situación al día en materia laboral y previsional.

Figura 3: Comparación de las licitaciones de 1995 y 1999 en relación a los aportes nutricionales, la estructura alimentaria, la infraestructura de los servicios de alimentación y la condición laboral de las manipuladoras en las escuelas.

3. El modelo permitió formular y resolver de manera óptima el problema combinatorial que se genera al permitir que las ofertas sean paquetes de U.T.. De esta manera, fue posible capturar y sacar provecho de las economías de escala existentes para las empresas, tales como ahorros por transporte, descuentos por volumen, etc..
4. En cada escenario se obtiene la combinación de ofertas que minimiza el costo, satisfaciendo todas las restricciones. Dada la gran cantidad de ofertas, esto sería imposible de realizar manualmente y en caso de hacerlo, probablemente se incurriría en pérdidas considerables. En efecto, si se escoge manualmente una asignación 2 % peor a la solución óptima, lo que ocurre fácilmente si no se utiliza una herramienta de solución adecuada, la pérdida alcanzaría los tres y medio millones de dólares, que equivale a las raciones alimenticias de treinta mil niños por un año.
5. Utilizando el modelo matemático, rápidamente se pueden obtener las soluciones óptimas para diferentes escenarios. En este sentido, creemos que las

tablas de información estadística construidas a partir de las soluciones de las distintas instancias del modelo fueron de gran ayuda para encontrar la mejor solución, sobretodo en la reunión de la Comisión de Adjudicación de JUNAEB. Esta información permitió valorar los costos y beneficios de cada escenario. Así se pudo determinar el costo de las diferentes asignaciones para cada una de las instituciones participantes y el costo para JUNAEB correspondiente a incluir a JUNJI e INTEGRA en la licitación. También se determinó el costo de imponer restricciones operacionales, de considerar una banda de precios y de exigir empresas de mejor calidad. Se evaluó el costo de brindar menús con mejor estructura alimentaria y mayor peso calórico. Además se verificó la robustez de la solución obtenida frente a distintas estructuras alimentarias y niveles de demanda.

De esta manera, la solución asignada es óptima en la relación precio-calidad y robusta frente a los posibles escenarios, lo cual es muy relevante en un problema de esta complejidad y que involucra montos de dinero tan elevados.

En el aspecto del modelo y su implementación se puede señalar que las dos formulaciones alternativas con los planos de corte fueron efectivas para resolver todas las instancias del modelo. Debemos mencionar que sin los fortalecimientos que introdujimos, algunas instancias no se podían resolver en los plazos existentes. Esto no es de extrañar si observamos que el problema es claramente NP-completo: contiene los problemas de cubrimiento, multi-knapsack y localización.

La evidencia más clara del éxito de esta aplicación está en el hecho de que una vez realizada en 1997, fue llevada a cabo nuevamente en los años 1999 y 2000. Además, se seguirá utilizando en los futuros procesos de licitación. Un aspecto fundamental a destacar es que en las experiencias realizadas se estableció una metodología a utilizar en cualquier licitación futura, ya sea en este ámbito o en otro similar. De hecho, la misma metodología fue utilizada en dos licitaciones de lentes ópticos realizada por JUNAEB por dos millones de dólares cada una.

Adicionalmente, el hecho de repetir el uso de la metodología ha permitido mejorar y sofisticar el sistema. Es así como desde la licitación del año 1999 se amplió el análisis de escenarios. También, en la licitación del año 2000 se cambió la restricción del máximo número de ofertas por empresa por una restricción de mínimo número de empresas en la asignación. De esta manera, se introdujo al modelo en una forma más conveniente (aprovechando la flexibilidad que entrega la presentación de múltiples ofertas) una restricción que asegura la diversificación en la adjudicación.

Este es un ejemplo de una aplicación exitosa de investigación operativa en un ámbito de gran impacto social. En los países en vías de desarrollo, los programas sociales realizados por el Estado representan una proporción significativa del presupuesto de la Nación. Sin embargo, con frecuencia, las decisiones involucradas en su desarrollo se toman utilizando criterios muy precarios. Este caso muestra que es posible utilizar herramientas sofisticadas para la toma de decisiones en este tipo de problemas, incluso en ambientes en que nunca se habían utilizado. Esto es fundamental si se considera que reducciones de costos en algunos puntos porcentuales

por optimización pueden ser substanciales en valor. Creemos que los profesionales de investigación operativa pueden ser fundamentales en esta dirección, para lo cual es primordial difundir la potencialidad de las herramientas matemáticas en la toma de decisiones dentro de los ejecutivos de este tipo de instituciones.

6 Apéndice: Modelo Matemático

Parámetros

R : conjunto de regiones geográficas del país.

I : conjunto de unidades territoriales.

K : conjunto de empresas participantes.

J : conjunto de ofertas presentadas.

$c_j(\text{estralim}, \text{niveldda}, \text{maestro}, F.O.)$: costo de la oferta j para estructura alimentaria, nivel de demanda y Maestro dados, dependiendo de la función objetivo utilizada (JUNAEB o tres instituciones).

$c_j^{\text{banda}}(\text{estralim}, \text{niveldda}, \text{maestro}, F.O.)$: costo correspondiente a la banda de precios de la oferta j para estructura alimentaria, nivel de demanda y Maestro dados, dependiendo de la función objetivo utilizada.

$POND_k$: ponderador de la empresa k , de acuerdo a su calificación global de desempeño. Si la evaluación se realiza sin considerar la calificación, el ponderador será uno.

$e(j)$: empresa que presenta oferta j .

$u(j)$: conjunto de unidades territoriales incluidas en oferta j .

$oer(k,r)$: conjunto de ofertas presentadas por la empresa k que incluyen U.T. pertenecientes a la región r .

$MAXuniemp(k)$: límite máximo de U.T. aceptables para la empresa k . Límite depende del tamaño de la empresa y toma valores entre 1 y 8.

$MAXofeemp(k)$: límite máximo de ofertas aceptables para la empresa k . Límite se fija igual a uno.

$MINempreg(r)$: límite mínimo de empresas aceptables en región r . Límite depende de la región pero en general es cercano a 2.

$MAXempreg(r)$: límite máximo de empresas aceptables en región r . Límite depende de la región pero en general es cercano a 4.

Variables

$$X_j = \begin{cases} 1 & \text{aceptar oferta } j \\ 0 & \text{rechazar oferta } j \end{cases}, \forall j \in J$$

$$Y_{kr} = \begin{cases} 1 & \text{empresa } k \text{ abastecerá alguna U.T. en la región } r \\ 0 & \text{empresa } k \text{ no abastecerá ninguna U.T. en la región } r \end{cases}, \forall k \in K, \forall r \in R$$

Función Objetivo

Minimizar el costo total de la asignación para estructura alimentaria, nivel de demanda y Maestro dados, dependiendo de la función objetivo utilizada (JUNAEB o tres instituciones) y de si se considera o no la calificación global de desempeño en la asignación.

$$\min \sum_j c_j(\text{estralim}, \text{niveldda}, \text{maestro}, \text{F.O.}) \cdot X_j \cdot \text{POND}_{e(j)}$$

Restricciones

(1) Todas las unidades territoriales deben ser cubiertas.

$$\sum_{j:i \in u(j)} X_j \geq 1 \quad \forall i \in I$$

(2) Límite de unidades territoriales asignadas a cada empresa.

$$\sum_{j:k=e(j)} X_j \cdot |u(j)| \leq \text{MAXuniemp}(k) \quad \forall k \in K$$

(3a) Cálculo de variables Y_{kr} .

$$Y_{kr} \leq \sum_{j:j \in \text{oer}(k,r)} X_j \quad \forall k \in K, \forall r \in R$$

(3b) Cálculo de variables Y_{kr} .

$$\sum_{j:j \in \text{oer}(k,r)} X_j \leq |\text{oer}(k,r)| \cdot Y_{kr} \quad \forall k \in K, \forall r \in R$$

(4) Límite de ofertas por empresa (opcional).

$$\sum_{j:k=e(j)} X_j \leq MAXofemp(k) \quad \forall k \in K$$

(5) Límite de empresas por región (opcional).

$$MINempreg(r) \leq \sum_{k \in K} Y_{kr} \leq MAXempreg(r) \quad \forall r \in R$$

(6) Descartar ofertas que salen de la banda de precios (opcional).

$$X_j = 0 \text{ si}$$

$$c_j(\text{estralim, niveldda, maestro, F.O.}) < c_j^{\text{banda}}(\text{estralim, niveldda, maestro, F.O.}) \quad \forall j \in J$$

(7) Integrabilidad de las variables.

$$X_j, Y_{kr} \in \{0, 1\}$$

Las restricciones (1) definen un clásico problema de cubrimiento, donde las U.T. son los elementos a cubrir y las ofertas los elementos cubridores. Las restricciones (2) constituyen un multi-knapsack. Las restricciones (3) obligan a activar las variables Y sólo cuando se han activado las correspondientes variables X. Las restricciones (4) y (5) son cotas generalizadas para las variables X e Y respectivamente. El número de variables binarias es aproximadamente 4600. El modelo en su conjunto es la combinación de clásicos problemas combinatoriales, cada uno de ellos NP-completo.

Como se dijo en la Sección 3, la cantidad de instancias del modelo a resolver eran 704 y el tiempo para hacerlo escaso, por lo cual era importante que la resolución de cada instancia tomará un tiempo pequeño. Por ello, y dada la potencial complejidad del problema, se agregaron restricciones al modelo de modo de fortalecer la relajación lineal de la formulación. En primer lugar, se agregaron los siguientes planos de corte, redundantes con el conjunto de restricciones (2) del modelo, pero que robustecen la relajación lineal del problema entero:

$$\sum_{(j:k=e(j)) \wedge (|u(j)| > MAXuniemp(k)/2)} X_j \leq 1 \quad \forall k \in K.$$

Estas restricciones que tienen una validez evidente, se conocen como "packing" y son muy utilizadas para formular problemas de knapsack o de estable máximo (Nemhauser y Wolsey (1988)).

Adicionalmente, para algunas instancias se desacoplaron las restricciones (3b) de la siguiente forma:

$$X_j \leq Y_{kr} \quad \forall j \in ocr(k, r), \forall k \in K, \forall r \in R.$$

Esta técnica de fortalecimiento, frecuente en modelos de localización no capacitados, nos entregó un modelo “expandido” con mejor relajación lineal que el original, pero de mayor tamaño. La idea consistía en que la formulación “expandida” requería menos iteraciones en la etapa de ramificación y acotamiento pero cada iteración era más costosa en tiempo porque el modelo era mayor. Esta formulación se utilizó en las instancias más difíciles con buenos resultados.

Referencias bibliográficas

- [1] Córdova, S. (1999), “Impacto del Uso de Métodos de Optimización en la Adjudicación de Grandes Licitaciones y Su Aplicación a la Junta Nacional de Auxilio Escolar y Becas (JUNAEB),” *Estudio de Caso, MBA, Universidad de Chile*.
- [2] Henríquez, L. (1999), “JUNAEB, Red Nacional de Apoyo al Estudiante,” *Encuentro Sudamericano Sobre Alimentación Escolar*.
- [3] Milgrom, P. (1989), “Auctions and Bidding: A Primer,” *The Journal of Economic Perspectives*, Vol. 3, No. 3.
- [4] Nemhauser, G. y L. Wolsey (1988), “Integer and Combinatorial Optimization,” John Wiley & Sons, Inc.

Configuración de Flota Sujeta a Demanda Aleatoria¹

**Patricio Donoso²,
Marcos Singer²,
Sebastián Jara²,
Pedro Traverso²**

Escuela de Administración
Pontificia Universidad Católica de Chile

Resumen

Este trabajo estudia el problema de configuración de flota cuyos vehículos reciben pedidos en línea mientras están en ruta. En cada distrito se debe decidir el número de vehículos y su tamaño, definidos por parámetros comerciales, atributos del vehículo y características geográficas del área de reparto. El objetivo es minimizar los costos de operación dadas las restricciones de capacidad mínima de reparto, tamaño máximo del vehículo y tiempo promedio de espera de los clientes. Esta última restricción es modelada como un sistema de cola del que se deducen tiempos de espera y pedidos perdidos. El modelo es cotejado y corregido de acuerdo a un programa que simula el proceso de reparto de una compañía distribuidora. Dado que todos los componentes del modelo están en forma analítica, éste puede ser resuelto usando un paquete estándar de programación no-lineal. Una de las conclusiones del modelo es que se pueden aumentar las ventas en un 3% y reducir los tiempos de espera de sus clientes si cada distrito es atendido por un grupo de vehículos, en vez de que cada uno de ellos atienda exclusivamente un sector pequeño de tal distrito.

1 Esta investigación ha sido parcialmente financiada por el proyecto FONDECYT 1990476.

2 Escuela de Administración, Vicuña Mackenna 4860, Macul, Santiago Chile. Tel.: (562) 686-6214, Fax: (562) 553-1672

1. Introducción

Este trabajo estudia el problema de la configuración de flota cuyos camiones reciben las órdenes en línea mientras están en ruta, lo que significa que éstos son cargados en la planta sin conocer los pedidos que deberán entregar. Este modalidad de operación se observa en compañías que distribuyen gas licuado en cilindros, así como aquellas que comercializan agua y mercaderías en algunas áreas rurales. Se asume que los clientes de un distrito comercial están localizados en determinados sectores geográficos, cada uno atendido por un camión específico tal como lo sugiere la Ilustración 1, que es el esquema usual de trabajo de este tipo de empresas. Los clientes llaman a una oficina de telemarketing (a) que ingresa la información a un sistema que decide cuál camión debiera atender ese pedido de acuerdo a la dirección del cliente (b). El mensaje generado por el sistema (c) es transmitido por radio al camión (d), que finalmente entrega el producto al cliente (e).

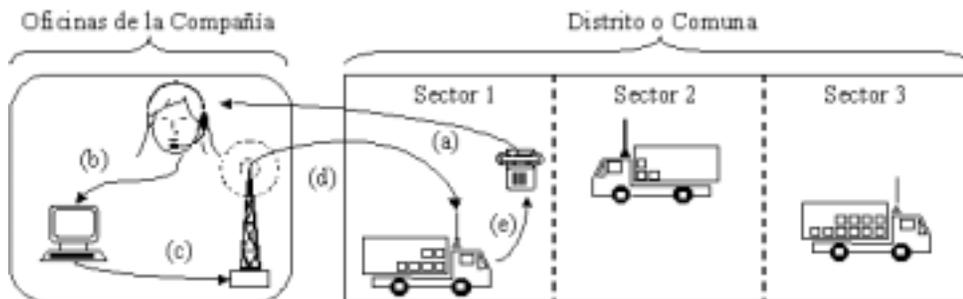


Ilustración 1: Esquema de Atención de Pedidos

Una variación cercana de este esquema es el que muestra el servicio de correo privado descrito por Novaes & Graciolli (1999), o servicios de taxis que son contactados telefónicamente. En estos últimos casos los vehículos con una capacidad de carga limitada deben atender clientes cuyos requerimientos aparecen de manera aleatoria. Finalmente, Weintraub *et al.* (1999) presenta el ejemplo de una distribuidora eléctrica cuyos vehículos de emergencia enfrentan requerimientos en línea para reparar fallas.

En este trabajo se aborda el problema de encontrar el número óptimo de sectores que debieran ser definidos para cada distrito, lo que equivale a determinar cuántos camiones debieran atenderlo. En forma simultánea se debe calcular el tamaño óptimo de cada camión en términos de capacidad de carga, considerando que camiones más pequeños y económicos pueden atender rápidamente los pedidos, pero deben retornar más seguido a la planta para ser recargados. Asumiendo que cada distrito es homogéneo, se considera que sus sectores tienen el mismo tamaño y los camiones la misma capacidad. En la Sección 2 se presentan investigaciones recientes sobre configuración de flota, las cuales son clasificadas en dos categorías: modelos analíticos y métodos de ruteo. En la Sección 3 se pre-

senta un modelo analítico cuyos parámetros pueden ser relacionados a aspectos comerciales, atributos del camión y al área geográfica de reparto. También se calcula el tiempo y el costo de entrega, que son válidos tanto para la operación de una flota sujeta a demanda determinística, como para el caso estudiado de demanda aleatoria. Estos índices son usados en la Sección 4 en un modelo de cola para obtener indicadores relacionados con el servicio, tales como tiempo medio de espera, número de pedidos atendidos y número de pedidos perdidos. En la Sección 5 se describe la simulación de un sistema de reparto considerando una variedad de condiciones que el modelo analítico debe simplificar o ignorar. Sus resultados permiten realizar ajustes al modelo de cola formulado, con el objeto de obtener resultados más realistas. Con estos antecedentes se presenta en la Sección 6 la formulación de un programa matemático que encuentra la configuración de flota óptima. También se propone una línea alternativa de mejoramiento que consiste en permitir que un distrito sea atendido por un número dado de camiones sin una sectorización definida, donde el sistema de telemarketing asigna pedidos a los camiones que están a punto de quedar desocupados. Esta nueva situación es evaluada con un modelo de cola modificado, que estima una disminución de hasta un 85% en los pedidos perdidos, lo cual representa un aumento de 3% en las ventas, y una disminución de hasta un 10% en el tiempo promedio de espera de los clientes. Finalmente en la Sección 7 se presentan las principales conclusiones sobre el modelo y las aplicaciones específicas en la distribución de productos.

2. Literatura Sobre Configuración de Flota

El problema de configuración de flota, en términos de definir el número de camiones y su capacidad, ha sido abordado usando metodologías que, en forma muy general, pueden ser clasificadas en dos categorías: modelos analíticos y métodos de ruteo. Los modelos analíticos consisten en expresiones matemáticas que permiten tomar decisiones tales como tamaño y características de los vehículos en forma directa. Un ejemplo de este tipo de trabajo es el modelo de demanda determinística de Oldfield & Bly (1988) para obtener el tamaño óptimo de autobús considerando el costo, la elasticidad de demanda, la calidad del servicio, la congestión y otros factores. Higginson (1993) presenta un modelo determinístico de costeo y cálculo del tamaño de la flota para distribución de carga basado en parámetros tales como distancia, número y permanencia en las paradas, costos operacionales, etc. El modelo determinístico de Hall & Racer (1995) aborda el problema de estimar el tamaño óptimo de una flota de uso exclusivo de una empresa, cuando parte de la función de reparto puede ser subcontratada. Para ello se define una función de costo que incluye aspectos como densidad de clientes, distancias recorridas, costos variables, etc. Se concluye que la flota privada debe crecer a medida que la distancia promedio entre paradas disminuye, y que cuando se asignan más paradas a un vehículo privado el costo promedio de agregar una parada adicional disminuye. Pocas investigaciones se han realizado utilizando métodos analíticos en presencia de demanda aleatoria. Novaes & Gracioli (1999)

asumen una demanda aleatoria con distribución independiente, a partir de la cual derivan expresiones para el tiempo de ciclo de los vehículos. Considerando una zona con densidad heterogénea de puntos de pedidos y cantidad de carga, el problema consiste en definir un número de sectores que presenten similares esfuerzos para la distribución. El resultado es la determinación de manera simultánea de la configuración de flota, en términos de número y tipo de vehículo, y de la sectorización de la ciudad que minimizan los costos diarios de transporte, técnica que es aplicada a una empresa de correo privado de Sao Paulo.

Una segunda metodología para calcular la configuración de flota está basada en resolver el problema de ruteo de vehículos que enfrentan una demanda determinística o estocástica. Webb & Larson (1995) estudian el problema de ruteo e inventario determinístico, donde se consideran períodos específicos de abastecimiento para cada cliente. Luego estiman el tamaño de la flota según las soluciones generadas por el problema de ruteo. Diaby & Ramesh (1995) resuelven un problema determinístico de ruteo mediante programación entera, a partir del cual obtienen la configuración óptima de flota. Liu & Shen (1999) proponen una heurística para resolver problemas de tamaño de flota y ruteo de vehículos con ventanas de tiempo. Esta técnica considera un número de composiciones candidatas de flota, y mejora la calidad de la solución aplicando un esquema de mejoramiento compuesto. Eisenstein & Iyer (1997) estudian el problema de la recolección de basura, donde el peso y tiempo requerido para recolectar basura de una cuadra es modelado como una variable aleatoria. Ellos proponen un algoritmo de programación que selecciona rutas flexibles usando un proceso de decisión Markoviano. Para el caso específico de la ciudad de Chicago, IL. concluyen que la capacidad de los camiones usados actualmente podría ser reducida entre un 12% y un 16%, generando importantes ahorros. Otros artículos que estudian problemas estocásticos de ruteo no siempre abordan directamente el problema de configuración de flota, no obstante éste podría ser derivado como un subproducto. Por ejemplo, Gendreau & Laporte (1996) presentan una heurística de *tabu search* donde tanto la ubicación como la demanda de la flota son variables aleatorias. Una extensa revisión del problema de ruteo estocástico de vehículos y temas relacionados es presentado por Gendreau *et al.* (1996) y por Bertsimas & Simchi-Levi (1996).

Una de las principales ventajas de los métodos de ruteo para la configuración de flotas sujetas a demanda aleatoria es que éstos entregan información acerca de la operación de los vehículos. Su limitación es que si el número de vehículos y clientes es elevado entonces se requiere de un trabajo computacional intensivo para encontrar soluciones aceptables, lo cual puede ser impracticable cuando sólo son requeridas decisiones estratégicas. La ventaja de los modelos analíticos es que permiten entender rápidamente los problemas de decisión, y eventualmente pueden ser operados en planillas de cálculo. A pesar de que esta característica puede ser de gran beneficio para la industria, existe un número muy limitado de trabajos que utilizan este tipo de técnicas, por lo que esta investigación tiene por objeto suplir esa carencia. El modelo presentado tiene la novedad de incorporar el componente estocástico usando un modelo de cola que puede ser formulado como una restricción en un programa matemático que encuentra la configuración ópti-

ma de una flota. Esto permite calcular medidas de desempeño tales como tiempos de espera y clientes perdidos, que el enfoque de Novaes & Gracioli (1999) no considera. Con ello se pueden integrar variables de calidad de servicio al problema de decisión, sin necesidad de recurrir a técnicas de simulación sofisticadas, sino mediante modelos que se pueden implementar en una planilla de cálculo.

3. Variables, Parámetros y Medidas de Desempeño

A continuación se presenta un conjunto de variables y parámetros de los que se pueden deducir tiempos de servicio y costos de operación, así como variables de desempeño debido a la demanda aleatoria según se muestra en la siguiente sección. Estos antecedentes son posteriormente utilizados en el problema de optimización de la Sección 6 que calcula la configuración óptima de flota.

El sistema de distribución analizado se muestra en la Ilustración 2, en el cual los productos deben ser llevados desde una planta o centro de distribución hasta un número de clientes. Dependiendo de la relación entre el tamaño de los pedidos y la capacidad de cada camión, un recorrido puede visitar uno o varios clientes. Cada recorrido puede ser descompuesto en cuatro partes: la visita a la planta, el viaje desde la planta al primer cliente del recorrido, el circuito visitando todos los clientes, y el viaje desde el último cliente hasta la planta. Un recorrido puede tener un único cliente, en cuyo caso hay sólo un viaje de ida y vuelta hasta el primer cliente.

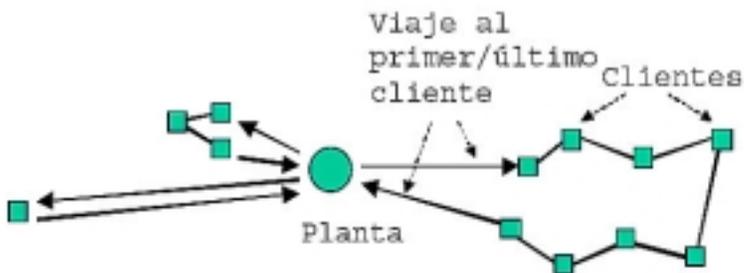


Ilustración 2: Sistema de Distribución con Tres Rutas

Se definen las siguientes variables de decisión:

- n Número de camiones atendiendo un distrito dado, lo cual también define el número de sectores en los cuales está dividido, cada uno asignado a un camión.
- c Capacidad del vehículo, igual al número de unidades que el camión puede transportar en cada recorrido, la cual se asume igual para todos los vehículos asignados a un determinado distrito.

Las siguientes variables relacionadas al vehículo dependen de la capacidad c .

- a Valor de adquisición de cada vehículo que depende de sus características técnicas como tamaño, año, condiciones de seguridad, etc. Definiendo α y β como parámetros constantes, $a = \alpha*c + \beta$.
- l Valor de liquidación de cada vehículo después de su vida útil, el cual se puede asumir igual a $\gamma*a$ con $0 \leq \gamma \leq 1$.

Los parámetros que describen las condiciones de operación pueden ser clasificados en tres categorías: comerciales, relacionados al vehículo y geográficos. Los parámetros comerciales, representados por una letra mayúscula, son los siguientes:

- D Demanda que debe ser atendida en un distrito dado, medida en unidades por mes.
- L Días laborales por mes que la flota puede trabajar. El número promedio de unidades que deben ser distribuidas en el distrito diariamente es D/L .
- S Tamaño del pedido, igual al número de unidades que son entregadas en una visita promedio.
- V Tiempo de visita requerido para atender a un cliente expresado en horas. Corresponde a una constante C por visita, más un factor variable de tiempo que multiplica el tamaño del pedido, lo cual mide el esfuerzo de descarga del producto. Luego, $V = C + F*S$.
- W Ventana de tiempo de operación igual al número de horas al día en que los vehículos trabajan.

Los parámetros relacionados al vehículo, representados por dos letras mayúsculas, son los siguientes:

- CF Costo fijo de operación del vehículo por mes, que incluye el salario del conductor, seguros e impuestos.
- VU Vida útil del vehículo expresada en número de meses que el vehículo opera hasta ser liquidado.
- CV Costo variable debido a la distancia recorrida que incluye combustible, aceite, neumáticos, etc. Este parámetro podría depender de c , pero por simplicidad permanece constante en este modelo.
- CI Costo indirecto por mes debido a la operación de la flota.
- CU Capacidad utilizada, igual al porcentaje de la capacidad total de carga del camión que es efectivamente utilizada en cada recorrido. Puede ser menos del 100% si la carga es frágil, si no hay suficientes pedidos para llenar un camión, si parte de la carga es devuelta a la planta, etc.
- TP Tiempo en la planta requerido por el vehículo para cargar y descargar en cada recorrido.

Los parámetros geográficos, representados por tres letras mayúsculas, son los siguientes:

DPU Distancia desde la planta al primer cliente más la distancia desde el último cliente a la planta. Se asume que todos los sectores de un distrito dado tienen una distancia similar a la planta.

DCC Distancia promedio entre dos clientes consecutivos de una determinada ruta. Las áreas más densamente pobladas con clientes tendrán un menor valor para este parámetro.

VPD Velocidad promedio de desplazamiento del vehículo. Este parámetro también podría ser una función de c , pero por simplicidad se asume constante.

A partir de las variables y parámetros introducidos arriba, pueden ser derivadas las siguientes medidas de desempeño de tiempo y costos, las cuales son válidas tanto para la operación de una flota regular de reparto como para el caso de demanda aleatoria en estudio.

Atenciones por vuelta = $(CU/S)*c$, mide el número de visitas que realiza el vehículo en cada vuelta.

Tiempo total de visita = $V*Atenciones\ por\ vuelta$, corresponde al tiempo requerido para visitar a todos los clientes de una vuelta.

Tiempo total entre clientes = $(DCC/VPD)*(Atenciones\ por\ vuelta - 1)$, corresponde al total del tiempo requerido para viajar entre clientes de cada vuelta.

Tiempo por vuelta = $TP + DPU/VPD + Tiempo\ total\ de\ visita + Tiempo\ total\ entre\ clientes$.

Vueltas por camión al día = $W / Tiempo\ por\ vuelta$. (1)

Atenciones por camión al día = *Atenciones por vuelta* * *Vueltas por camión al día*.

Distancia por vuelta = $DPU + DCC*(Atenciones\ por\ vuelta - 1)$.

Distancia por camión al mes = $L*Distancia\ por\ vuelta*Vueltas\ por\ camión\ al\ día$.

Costo variable por camión al mes = $CV*Distancia\ por\ camión\ al\ mes$, corresponde al costo debido a la distancia recorrida por cada camión al mes

Valor de la inversión por camión = $(a - 1/(1+r)^{VU}) / (1/r - 1/(r(1+r)^{VU}))$

corresponde al valor del camión perdido cada mes debido al costo financiero y a la depreciación del camión, asumiendo una tasa de interés mensual r .

Costo directo por camión al mes = (2)

$CF + Costo\ variable\ por\ camión\ al\ mes + Valor\ de\ la\ inversión\ por\ camión$.

4. Medidas de Desempeño para Demanda Aleatoria

Además de las medidas de desempeño de tiempo y costo previamente derivadas, existen índices que son calculados en el contexto de demanda aleatoria. Para ello se modela la llegada y atención de pedidos en cada sector como una cola M/M/1, pudiéndose conceptualizar el esquema descrito en la Ilustración 1 como lo muestra la Ilustración 3. Este modelo asume que el tiempo entre llegadas de pedidos

tiene una distribución exponencial, lo cual puede ser razonable ya que describe un proceso de llamadas telefónicas independientes. Sin embargo, se asume que las atenciones de pedidos por cada vehículo se realiza en orden de llegada (FIFO), donde el tiempo de servicio también presenta una distribución exponencial. Este esquema de atención puede no ser realista, por lo cual en la Sección 5 se realiza una simulación para validar esta simplificación, y derivar ajustes para el modelo M/M/1 que permitan alcanzar niveles aceptables de precisión.

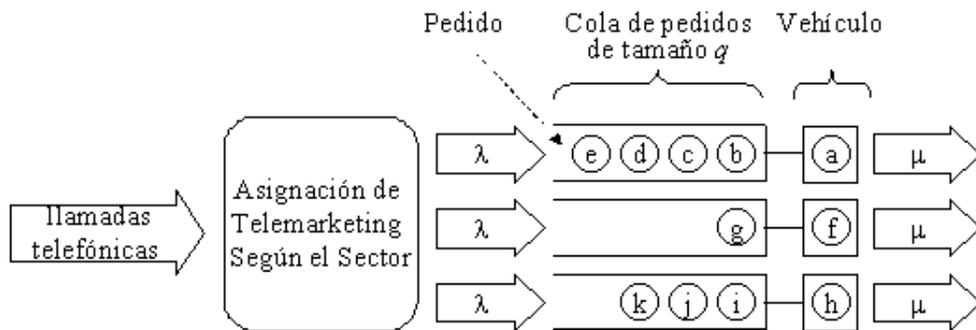


Ilustración 3: Atención de Demanda Aleatoria Modelada como una Cola M/M/1

Se definen las siguientes variables y parámetros relacionados con un distrito específico:

- λ Tasa de llegada de pedidos por hora para cada vehículo, igual a $(D/L)/(S \cdot W \cdot n)$.
- μ Tasa de atención de pedidos por hora de cada vehículo, igual a

$$\frac{\text{Atenciones por vuelta}}{\text{Tiempo por vuelta}}$$

- T Tiempo máximo de espera que cada cliente es capaz de tolerar entre la realización del pedido y el arribo del camión con el producto. Este parámetro es específico de cada tipo de industria y de las alternativas disponibles por los clientes.
- q Tamaño máximo que puede alcanzar la cola, asumiendo que ningún cliente está dispuesto a esperar más que T. Los pedidos que llegan cuando la cola tiene q clientes no pueden unirse a la cola. Esta variable es igual al piso de $T \cdot \mu$.

Para estudiar el comportamiento de un sistema de cola se trabaja con una cadena de Markov de proceso de nacimiento y muerte con $q + 1$ estados que se muestra en la Ilustración 4 para $q = 3$.



Ilustración 4: Cadena de Markov Proceso de Nacimiento y Muerte con $q + 1$ Estados

Se define P_i , con $0 \leq i \leq q+1$, como la probabilidad estacionaria que el sistema tenga i pedidos. Para ello se está asumiendo que gran parte del tiempo el sistema está en régimen regular, lo cual sólo es realista mientras el vehículo se encuentra en su circuito de reparto. De acuerdo a las ecuaciones de Kolmogorov, se puede sostener lo siguiente, definiendo $\rho = \lambda/\mu$:

$$P_{i+1} = \rho \cdot P_i \quad y \quad P_0 = \frac{1}{1 + \sum_{i=1}^{q+1} \rho^i} = \frac{1 - \rho}{1 - \rho^{2+q}}$$

A partir del modelo de cola se calcula el valor esperado de las siguientes medidas de desempeño relacionadas a la demanda aleatoria.

Tiempo total de espera: suma de los tiempos de espera de todos los pedidos en un día determinado, antes de ser atendidos. Su valor esperado es:

$$n \cdot \sum_{i=1}^{q+1} ((i - 1) \cdot P_i \cdot W) = n \cdot W \cdot \frac{((q + 1) \cdot \rho^{3+q} - (q + 1) \cdot \rho^{2+q} - \rho^{3+q} + \rho^2)}{(1 - \rho^{2+q}) \cdot (1 - \rho)}$$

Pedidos atendidos: número de pedidos que son atendidos por la flota en un día, esperando a lo más T antes de que el vehículo llegue donde el cliente. Su valor esperado es:

$$n \cdot W \cdot \mu \cdot \sum_{i=1}^q P_i = n \cdot W \cdot \mu \cdot (1 - P_0). \tag{3}$$

Tiempo promedio de espera: tiempo transcurrido entre que el pedido promedio es recibido, hasta que el vehículo llega hasta el cliente para atenderlo. Su valor esperado es:

$$\frac{\text{Tiempo total de espera}}{\text{Pedidos atendidos}} = \frac{((q + 1) \cdot \rho^{3+q} - (q + 1) \cdot \rho^{2+q} - \rho^{3+q} + \rho^2)}{(1 - \rho^{2+q}) \cdot (1 - \rho) \cdot \mu \cdot (1 - P_0)} \tag{4}$$

Pedidos perdidos: Número de pedidos que son perdidos porque su tiempo de espera ha sido superior a T. Su valor esperado es:

$$\frac{D}{S \cdot L} - \text{Pedidos atendidos.}$$

5. Simulación del Reparto de Productos

Para validar el modelo presentado se utiliza la simulación computacional, que permite incluir una amplia variedad de condiciones que el modelo analítico debe simplificar o ignorar. Se identifican dos entidades principales: los pedidos y los camiones. Los pedidos son definidos en términos de su instante de llegada, tama-

ño, composición, ubicación geográfica y tiempo de espera antes de ser atendidos. Los camiones son definidos por el sector al que son asignados, el inventario de productos que transportan y su posición geográfica, definida por la última orden que fue atendida. Entre los principales eventos del sistema simulado está la llegada de pedidos de un distrito determinado, la cual se asume que presenta una distribución exponencial. El tamaño de los pedidos tiene una distribución probabilística uniforme entre 1 y 3 unidades. Se asume que la ubicación geográfica de una orden tiene una distribución uniforme en un cuadrado de área igual al sector en estudio. Si bien en la realidad los distritos comerciales coinciden con comunas que tienen formas complejas definidas por calles principales como fronteras, generalmente sus áreas son convexas y su largo y ancho no varía mucho entre uno y otro. Los pedidos son atendidos de acuerdo un índice de prioridad que combina FIFO y un criterio de proximidad del lugar del pedido al camión, que se calcula de la siguiente manera:

$$\frac{1}{4 + \text{Tiempo de espera del pedido}} + \text{Distancia del pedido al camión.} \quad (5)$$

Cuando el tiempo de espera antes de ser atendido alcanza un valor máximo de $T = 3$ los pedidos abandonan la cola aumentando en uno el número de órdenes perdidas. El tiempo de atención de cada pedido no distribuye en forma exponencial como se asume en la Sección 4, sino que es la suma del tiempo de viaje al próximo cliente más su tiempo de visita. El tiempo de viaje es calculado como la distancia entre el último cliente que es atendido por el camión y el próximo cliente seleccionado según el índice (5), dividido por la velocidad promedio VPD. El tiempo de visita incluye un intervalo constante y uno variable, como se explica en la Sección 3. Cuando el inventario de producto en un camión se agota, éste debe regresar a la planta para recargar, demorando un intervalo de tiempo con distribución triangular con un mínimo de 1 hora, un promedio de 2 horas y un máximo de 3 horas.

El procedimiento de simulación es implementado en Extend, un paquete de software que ha sido usado en otros estudios tales como el de Hays & Bebbington (2000). Su rutina principal es especificada a través de una interfaz gráfica mostrada en la Ilustración 5, la cual puede ser interpretada usando el manual de Diamond *et al.* (1995). En términos generales, el módulo “Llegada Pedidos” alimenta al módulo “Cronómetro” que mide el tiempo de espera de los pedidos, los que se acumulan en el módulo “Cola clientes”. Los camiones se almacenan en el módulo “Servidores”, y atienden los pedidos en el módulo “Sector” que genera la información requerida por los módulos de salida.

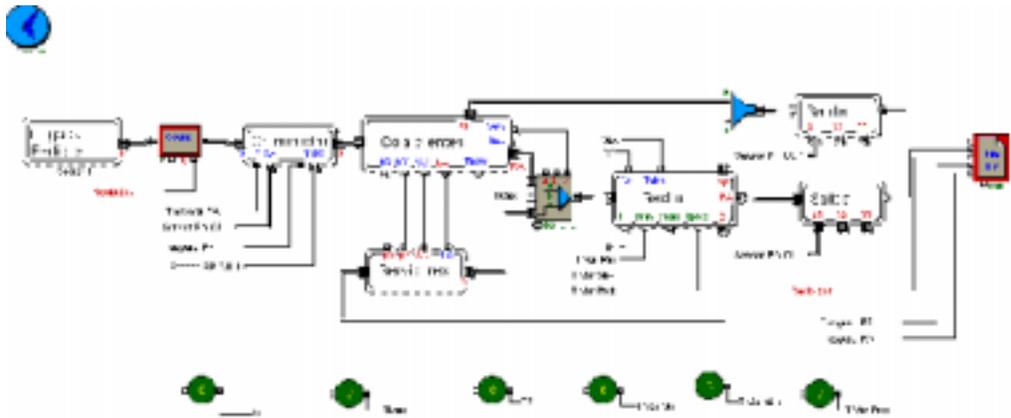


Ilustración 5: Interfaz Gráfica de la Rutina Principal de Simulación

La Ilustración 6 compara el índice *Pedidos atendidos* en un distrito particular de acuerdo a la simulación y al modelo, en un período de un mes. Una de las razones principales por la cual el modelo analítico no calza perfectamente con la simulación es porque éste prorratea el tiempo de regreso a la planta. Por ello el tiempo de servicio tiene una varianza mayor en la simulación que en el modelo, con lo cual cuando hay una mayor demanda el modelo subestima el tiempo de espera y los pedidos perdidos.

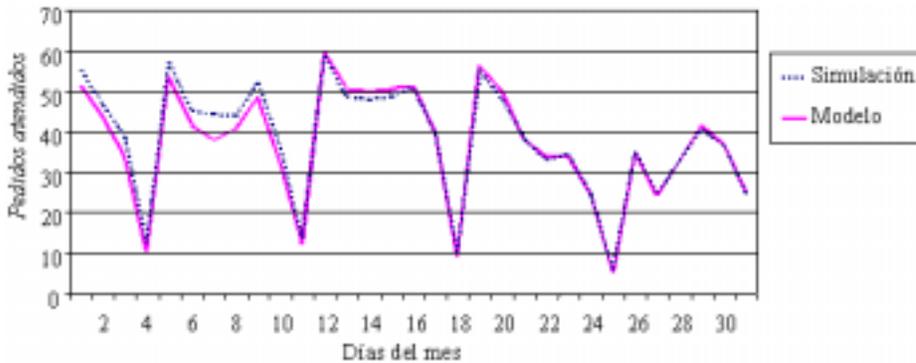


Ilustración 6: Pedidos Atendidos Durante Un Mes Según la Simulación y el Modelo

Para mejorar la exactitud del modelo, se corrió una regresión como la mostrada en la Ilustración 7 para el *Tiempo promedio de espera* donde x representa el resultado según el modelo, mientras que y representa el resultado correspondiente según la simulación.

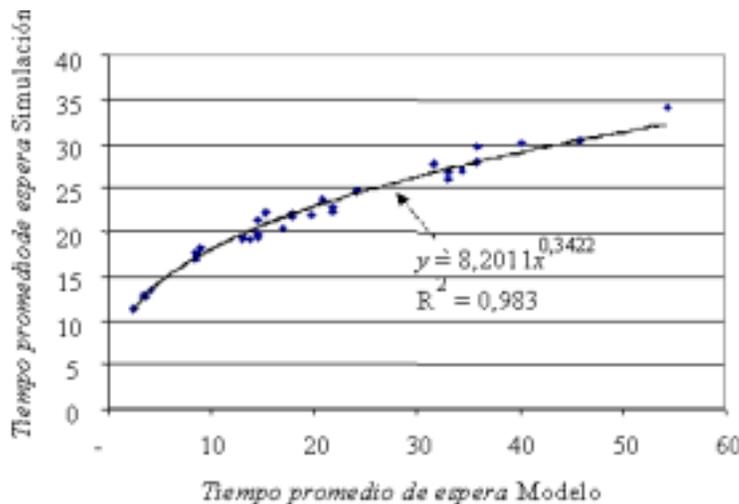


Ilustración 7: Tiempo de Espera de la Simulación Como Una Función del Modelo

La estimación del modelo para el *Tiempo promedio de espera* definido en (4) se ajusta a $8,2011 * (\text{Tiempo promedio de espera})^{0,3422}$, alcanzando un índice R^2 de 0,983. También se ajusta la estimación para los *Pedidos perdidos* a $2,757 * (\text{Pedidos perdidos})^{0,2186}$, con lo cual se alcanzó un R^2 de 0,9725. El índice *Pedidos atendidos* es igual a $D / (S * L) - 2,757 * (\text{Pedidos perdidos})^{0,2186}$.

6. Configuración Óptima de Flota y Otras Mejoras Operacionales

Con las medidas de desempeño relacionadas a la naturaleza aleatoria de la demanda es posible formular el programa matemático que encuentra la configuración óptima de flota en términos de las variables n y c . Se define la función de costo en términos de la expresión (2) y del costo indirecto CI:

$$\text{Costo total mensual} = \text{Costo directo por camión al mes} * n + \text{CI.} \tag{6}$$

Una extensión de esta función de costo es incluir la variable *Pedidos perdidos* multiplicada por un parámetro de penalización igual al valor presente neto del cliente promedio, multiplicado por la probabilidad de perderlo para siempre por culpa de no haber atendido su pedido.

Se consideraron tres restricciones para el área factible de decisión: capacidad mínima de reparto, tamaño máximo del camión y tiempo promedio de espera. La primera restricción implica que la demanda atendible debe ser mayor o igual a $1 + \sigma$, donde $\sigma \geq 0$ es un parámetro de seguridad. De este modo, esta restricción puede expresarse en términos de la expresión (1) como:

$$Vueltas\ por\ camión\ al\ día\ n \cdot c \geq (1 + \sigma) D/L. \tag{7}$$

La restricción de tamaño máximo del camión usualmente es impuesta por la municipalidad para evitar el uso de camiones muy grandes que dañen el pavimento, causen congestión de tráfico o molesten a los vecinos. Definiendo CM como la capacidad máxima del camión que puede ser usado en el distrito, la restricción del tamaño máximo de camión se expresa como:

$$c \leq CM. \tag{8}$$

La restricción de tiempo de espera es válida en vista que los clientes podrían no llamar más a la compañía en el futuro si sus pedidos no son satisfechos con la rapidez suficiente. Por ello la empresa define una política de servicio que restringe a una cota superior U el valor esperado del tiempo de espera de los clientes. Recordando que T es la tolerancia de cada cliente y depende de la industria, en tanto que U es una política de valor promedio, debe cumplirse que $U < T$. La restricción de tiempo de espera promedio puede ser expresada como sigue, lo cual corresponde a (4) ajustada como se muestra en la sección anterior:

$$8,2011 \cdot \left(\frac{((q + 1) \cdot \rho^{3+q} - (q + 1) \cdot \rho^{2+q} - \rho^{3+q} + \rho^2)}{(1 - \rho^{2+q}) \cdot (1 - \rho) \cdot \mu \cdot (1 - P_0)} \right)^{0,3422} \leq U. \tag{9}$$

El problema de minimizar (6) sujeto a las restricciones (7), (8), y (9) puede ser resueltos usando un paquete de optimización no-lineal ya que todas las expresiones están en forma analítica. En general no es necesario requerir que las variables sean enteras, pues existe una amplia gama de capacidades de vehículos, y usualmente es posible operarlos fracciones de jornada. La Tabla 1 muestra los parámetros de un distrito cualquiera, en que los datos de la cola de espera se muestran junto a los datos comerciales ya que están relacionados con la calidad de servicio. Se define arbitrariamente $\sigma = 0,2$ y $CM = 4,5$ tons.

Comercial		Camión		Geográficas	
D [ton/mes]	157	CF [US\$/camión mes]	800	DPU [km]	40
L [días/mes]	25	VU [mes]	72	DCC [km/pedido]	2,6
S [kg/pedido]	27,1	CV [US\$/km]	0.18	VPD [km/horas]	40
W [horas/día]	12	CI [US\$/mes]	181,82		
C [horas/pedido]	0,08	UC [%]	100		
F [horas/kg]	0,002	TP [horas/vuelta]	1,5		
		α [MUS\$/ton]	2		
		β [MUS\$/camión]	13,4		
		γ	0,5		
Cola					
T [horas]	2				
U [horas]	1,42				

Tabla 1: Parámetros de Optimización para un Distrito Dado

El problema de optimización puede ser también resuelto en forma gráfica como se muestra en la Ilustración 7. El punto mínimo es obtenido con casi 3 camiones con una capacidad de 2.2 toneladas.

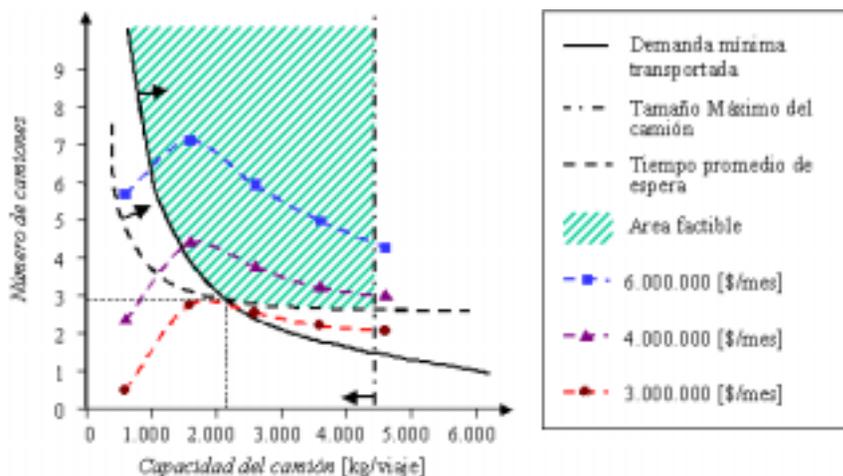


Ilustración 8: Optimización Gráfica de la Configuración de Flota

Una línea diferente de mejoramiento es modificar el esquema de operación explicado en la Sección 1 que divide cada distrito en un número de sectores que son atendidos exclusivamente por un camión. Una alternativa es tener un número de camiones que compartan un distrito, donde el sistema de telemarketing asigna los pedidos a los camiones que están próximos a quedar desocupados, tal como se sugiere en la Ilustración 9. De este modo, cada camión no tiene una cola privada de pedidos, sino que hay una cola global para todo el distrito. Los pedidos se asignan de acuerdo a la carga de trabajo del camión y a otros criterios que eviten que todos los camiones se concentren en un área, dejando sin atender el resto del distrito.

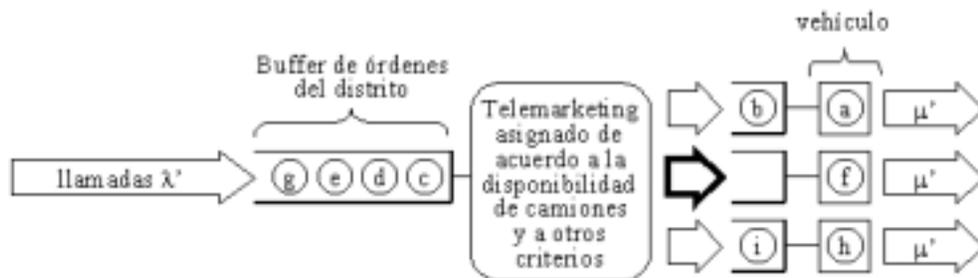


Ilustración 9: Esquema de Operación con Cola Única

Este procedimiento tiene la ventaja de que si un servidor se bloquea debido a congestión de tránsito, una falla mecánica o una entrega problemática, el resto de los pedidos no sufren tanto retraso como en el esquema tradicional de operación donde cada camión tiene su propia cola de espera. Adicionalmente, la carga de trabajo se balancea con lo cual no hay camiones con sobrecarga de trabajo mientras otros están ociosos. Sin embargo, tiene la desventaja de que la distancia

entre clientes consecutivos aumenta ya que el área de cobertura de cada camión se expande, lo cual aumenta los tiempo de viaje y disminuye la tasa de atención. Estimaciones preliminares indican que la nueva distancia entre clientes consecutivos sería 1,2*DCC lo cual implica que la nueva tasa de atención μ' sería igual a 0,976 μ . Para calcular las nuevas medidas de desempeño debido a la demanda aleatoria se utiliza un modelo de cola M/M/S, donde S representa el número de servidores, obteniéndose los siguientes resultados:

$$P_i = \begin{cases} \rho^i \cdot \frac{1}{i!} \cdot \frac{1}{\sum_{i=0}^{s-1} \rho^i \cdot \frac{1}{i!} + \sum_{i=s}^{q+s} \rho^i \cdot \frac{1}{s! \cdot s^{i-s}}} & \text{para } 0 \leq i < s \\ \rho^i \cdot \frac{1}{s! \cdot s^{i-s}} \cdot \frac{1}{\sum_{i=0}^{s-1} \rho^i \cdot \frac{1}{i!} + \sum_{i=s}^{q+s} \rho^i \cdot \frac{1}{s! \cdot s^{i-s}}} & \text{para } s \leq i < s + q \end{cases}$$

Con
$$P_0 = \frac{1}{\sum_{i=0}^{s-1} \rho^i \cdot \frac{1}{i!} + \sum_{i=s}^{q+s} \rho^i \cdot \frac{1}{s! \cdot s^{i-s}}}$$

Con estas expresiones se obtienen las siguientes medidas de desempeño:

$$\text{Tiempo total de espera} = \sum_{i=s}^{q+s} ((i - s) \cdot P_i \cdot W)$$

$$\text{Pedidos atendidos} = s \cdot W \cdot \lambda \cdot (1 - P_{s+q})$$

$$\text{Pedidos perdidos} = s \cdot W \cdot \lambda \cdot P_{s+q}$$

$$\text{Tiempo promedio de espera} = \frac{\text{Tiempo total de espera}}{\text{Pedidos atendidos}}$$

Con estas fórmulas es posible estimar la mejora debido a la cola única en comparación con el esquema de colas múltiples. La Tabla 2 muestra los resultados para tres distritos, cada uno con tres camiones. Las tres primeras filas de cada distrito muestran los datos para los camiones que manejan sus propias colas de pedidos, mientras la cuarta fila muestra la suma o el promedio. Esto debiera ser comparado con la quinta fila que presenta los índices para la cola única. En este caso, el número estimado de pedidos perdidos se reduce en 85%, lo que representa un 3% de aumento en las ventas, mientras que el tiempo promedio de espera de los clientes disminuye en 3 minutos, lo que equivale a una disminución del 10%.

	Sector	Órdenes recibidas	Tamaño orden [kg]	Órdenes atendidas	Órdenes perdidas	Tiempo espera [min]	Costo [US\$/kg]
Distrito A	1	67,96	27,62	63,53	4,43	34,12	16,84
	2	61,58	30,45	57,51	4,07	32,50	16,21
	3	56,92	26,96	53,36	3,56	30,65	18,49
	Suma o Promedio	186,46	28,34	174,40	12,06	32,48	17,18
	Cola Única	186,46	28,34	181,78	4,68	32,47	17,06
Distrito B	1	51,54	31,04	48,32	3,22	29,26	17,39
	2	40,96	35,82	38,54	2,41	25,31	17,93
	3	48,79	29,26	45,92	2,88	27,97	18,87
	Suma o Promedio	141,29	32,04	132,78	8,51	27,61	18,06
	Cola Única	141,29	32,04	141,29	0,00	21,23	17,94
Distrito C	1	62,00	20,70	58,19	3,81	31,10	22,15
	2	55,00	15,80	52,01	2,99	28,26	29,98
	3	56,00	15,80	52,92	3,08	28,65	29,64
	Suma o Promedio	173,00	17,43	163,12	9,88	29,39	27,25
	Cola Única	173,00	17,43	173,00	0,00	26,54	26,54

Tabla 2: Comparación Entre el Esquema de colas múltiples y cola única

7. Conclusiones

Se estudió el problema de configuración de flota sujeto a una demanda aleatoria, cuyos vehículos abandonan la planta sin saber los pedidos que deberán atender durante el día, por lo cual deben reaccionar a la información que les llega mientras están en la calle. Se propone una técnica para decidir el número de camiones y su capacidad de carga que minimiza el costo de operación, sujeto a un número de restricciones. Una de ellas define una política de servicio que acota el valor esperado del tiempo de espera de los clientes, la cual es modelada como un sistema de cola que permite calcular el número de pedidos que son perdidos.

La principal ventaja de este método es que no requiere implementar sistemas de ruteo o simulación sofisticados, los que usualmente requieren el uso de paquetes de software profesionales, trabajo intensivo para definir procedimientos y considerable uso de recursos computacionales para generar resultados estadísticamente válidos. Esta técnica puede ser implementada en un ambiente de hojas de cálculo, utilizando el optimizador incluido en Microsoft Excel. Esto lo hace una herramienta más accesible que puede ser operada en un computador personal.

En cuanto al análisis realizado para una compañía que despacha productos en un régimen de demanda aleatoria, la conceptualización del proceso de reparto en términos de un sistema de cola permite estimar medidas de desempeño relacionadas al servicio. También permite calcular las ventajas de un nuevo paradigma de operación en el cual una cola única alimenta múltiples servidores, un esquema muy conocido en los bancos y otras compañías de servicio, pero raramente usado en logística. En resumen, este modelo hace explícita la calidad de servicio,

un atributo que para algunas industrias de reparto se ha vuelto un factor crítico para el éxito comercial.

Referencias bibliográficas

- Bertsimas, D. & Simchi-Levi, D. (1996) "A new generation of vehicle routing research: Robust algorithms addressing uncertainty" *Opns Res* 44: 286-304
- Diaby, M. & Ramesh, R. (1995) "The distribution problem with carrier service: A dual based penalty approach" *ORSA Journal on Computing* 7: 24-35
- Diamond, P., Krahl, P. and Hoffman, P. (1995) *Extend + Manufacturing Manual* Imagine That, San Jose, California.
- Eisenstein, D. & Iyer, A. (1997) "Garbage collection in Chicago: a dynamic scheduling model" *Mgm Sci* 43: 922-933
- Gendreau, M. & Laporte, G. (1996) "A tabu search heuristic for the vehicle routing problem with stochastic demands and customers" *Opns Res* 44: 469-477
- Gendreau, M., Laporte, G. & Séguin, R. (1996) "Stochastic vehicle routing" *Eur J Opl Res* 88: 3-12
- Hall, W. & Racer, M. (1995) "Transportation with common carrier and private fleets: System assignment and shipment frequency optimisation" *IIE Transactions* 27: 217-225
- Hays, M. & Bebbington, M. (2000) "Simulation in public sector management: A case study" *Intl. Transactions in Operations Research* 7: 465-486
- Higginson, J.K. (1993) "Modeling shipper costs in physical distribution analysis" *Transport Res* 27A/2: 113-124
- Liu, F. & Shen, S. (1999) "The fleet size and mix vehicle routing problem with time windows" *J Opl Res Soc* 50: 721-735
- Novaes, A. & Graciolli, O. (1999) "Designing multi-vehicle delivery tours in a grid-cell format" *Eur J Opl Res* 119: 613-634
- Oldfield, R.H. & Bly, P.H. (1988) "An analytic investigation of optimal bus size" *Transport Res* 22B/5: 319-337
- Webb, I. & Larson, R. (1995) "Period and phase of customer replenishment: A new approach to the strategic inventory/routing problem" *Eur J Opl Res* 85: 132-148
- Weintraub, A., Aboud, J., Laporte, G. & Ramirez, E. (1999) "An emergency vehicle dispatching system for an electric utility in Chile" *J Opl Res Soc* 50: 690-696

Análisis de Interrelaciones en las Canastas de Compra en un Supermercado¹

Máximo Bosch
Andrés Musalem
Dpto. de Ing. Industrial
Universidad de Chile

Resumen

El objetivo de este trabajo es presentar el estudio de interrelaciones entre categorías de productos en la canasta de los compradores de un supermercado. Este análisis corresponde a una representación espacial o gráfica de las distintas categorías de un supermercado a través de la cual se pueden detectar fácilmente aquellos conjuntos de productos que exhiben probabilidades altas de ser incluidos en la misma compra.

La metodología desarrollada se basa en el uso de las técnicas de análisis Escalamiento Multidimensional (MDS), Análisis de Conglomerados (Cluster Analysis) y en la estimación de modelos lineales. Estas técnicas utilizan la información transaccional capturada por los scanners en los puntos de venta. A partir de esta información se define y se estima la probabilidad condicional de que productos de dos categorías sean incluidos en la misma compra dado que productos de al menos una de las dos categorías sean comprados. Esta estimación corresponde a la medida de similitud de Jaccard.

Utilizando esta información y la técnica de análisis MDS se genera la representación espacial buscada la cual permite resumir la información contenida en estas probabilidades en un diagrama fácil de ser interpretado. En este diagrama

¹ Los autores agradecen a Marco Antonio Halabi y Andrés Montrone, Gerente de Operaciones y Gerente de Marketing de Economax quienes promovieron el desarrollo de ésta y otras investigaciones en dicha cadena de supermercados. De igual modo, agradecemos a los alumnos de Ingeniería Industrial Lorena Pino y Víctor Ocares quienes trabajaron en el almacenamiento y estructuración de la información necesaria para esta investigación y que han sido los ejecutores de muchas de nuestras ideas. Finalmente, agradecemos también los comentarios de Vicente Cox, Nancy Lacourly y Richard Weber.

cada categoría ocupa una posición en un espacio multidimensional. A partir de estas posiciones y a través de la técnica de Cluster Analysis se procedió a agrupar las distintas categorías en cuatro conglomerados, los cuales corresponden a: productos no-perecibles, productos frescos/consumo inmediato, productos de higiene y otros. Finalmente, utilizando información adicional acerca de las categorías (por ejemplo, ventas de la categoría, número de compras, tamaño promedio compras, etc.) se estimaron modelos lineales que permiten proyectar estas variables descriptoras en el espacio generado a partir de MDS. Esto permite complementar en forma importante las conclusiones de este análisis.

Finalmente, se describen las implicancias de los resultados para la gestión coordinada de las categorías de productos de un supermercado en lo relativo a definición de rol de categorías, decisiones tácticas (precio, surtido y promoción), diseño del lay-out de la sala de ventas y evaluación de desempeño. Adicionalmente, se presentan conclusiones respecto del potencial de aplicación de este análisis dentro y fuera del negocio supermercadista y respecto a las posibles líneas de investigación futura.

1. Introducción

Los supermercadistas enfrentan a diario el desafío de gestionar decenas de miles de productos tomando decisiones de precio, promoción, espacio, ubicación y reaprovisionamiento para cada uno de ellos. Estas decisiones para cada producto no sólo afectan las ventas del mismo sino también las ventas de muchos otros. En la práctica, es muy complejo considerar todas estas interrelaciones en el proceso de toma de decisiones de marketing.

El enfoque de Administración por Categorías (C.M.) ofrece una manera de enfrentar esta situación a través de la descomposición del problema global en un conjunto de sub-problemas cada uno de los cuales es prácticamente independiente de los demás. Esto se consigue agrupando productos altamente interrelacionados en categorías (Bosch, Musalem 2000) de modo tal que el comportamiento de los productos contenidos en una categoría sea prácticamente independiente de las decisiones tomadas sobre productos de otras categorías. Esta propiedad permite a los supermercadistas administrar estas categorías como unidades estratégicas de negocio con bastante autonomía (Nielsen Marketing Research 1992). Esta gestión cuasi-independiente puede ser aún mejorada si se detectan y se tienen en cuenta las principales interacciones y sinergias que existen entre las categorías (Bosch et al 2000).

En la última década la información capturada vía Scanner en el punto de venta (Point of Sale - P.O.S.) ha facilitado la realización de estudios cuantitativos que involucran productos de diversas categorías. Manchanda, Ansari y Gupta (1999) mencionaron tres líneas de investigación en este dominio. Una de ellas está orientada explícitamente al estudio de la dependencia entre productos de

distintas categorías (por ejemplo, ver Mulhern y Leone (1991)). La segunda línea de investigación se refiere al estudio de la relación entre una variable de interés (por ejemplo, elección de sala de ventas) y variables multicatóricas (por ejemplo, ver Bell y Lattin (1998)). La tercera línea de investigación se refiere al estudio transversal de fenómenos de marketing en muchas categorías y las generalizaciones que puedan ser inferidas de éstos (por ejemplo, ver Fader y Lodish (1990)).

En este trabajo se presenta un análisis que usa datos de scanner y las técnicas de análisis Escalamiento Multidimensional (M.D.S.) y Análisis de Conglomerados (Cluster Analysis) para detectar y representar gráficamente interacciones entre diferentes categorías de productos en la canasta de compra. Cabe destacar que la técnica de análisis M.D.S. ha sido ampliamente utilizada en estudios perceptuales (por ejemplo, ver Ghose (1998) y Sinha y DeSarbo (1998)) y también en análisis de elección al interior de una categoría (por ejemplo, ver Andrews y Manrai (1999) y Elrod (1988)). En contraste, en este trabajo se describirá una aplicación de esta técnica al análisis de la composición de la canasta de los compradores de un supermercado. También se presentarán las implicancias de este tipo de análisis para la gestión coordinada de categorías de productos (cross-category management) por parte de los supermercadistas.

2. Definiciones

El estudio de la composición de la canasta de compra se hará a partir del análisis de la probabilidad con la cual productos de diferentes categorías son incluidos en la misma compra. Para plantear la definición y estimación de estas probabilidades, definiremos los siguientes términos:

N = Número total de compras o transacciones del supermercado en un cierto período.

N_A = Número de compras que incluyen productos de la categoría A.

N_B = Número de compras que incluyen productos de la categoría B.

$N_{A \cup B}$ = Número de compras que incluyen productos de la categoría A, productos de la categoría B o productos de ambas categorías.

$N_{A \cap B}$ = Número de compras que incluyen simultáneamente productos de la categoría A y productos de la categoría B.

De esta forma, es posible estimar la probabilidad condicional de que una compra que contiene productos de la categoría B, también contenga productos de la categoría A:

$$p(A | B) = N_{A \cap B} / N_B \quad [2.1]$$

Adicionalmente, podemos estimar la probabilidad condicional de que una compra contenga productos de ambas categorías dado que incluye productos de la categoría A, de la categoría B o de ambas categorías. Esta estimación corresponde a la medida de similaridad de Jaccard también conocida como razón de similaridad:

$$p(A \wedge B \mid A \vee B) = N_{A \cap B} / N_{A \cup B} \quad [2.2]$$

Para ilustrar esta última definición consideremos el siguiente ejemplo: 100 compras incluyeron cerveza, pero no incluyeron bebidas no-alcohólicas (N.A.); 200 compras incluyeron bebidas no-alcohólicas, pero no incluyeron cerveza; y, 150 compras incluyeron simultáneamente bebidas no-alcohólicas y cerveza. Luego, la probabilidad condicional puede ser estimada de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} p(\text{N.A.} \wedge \text{Cerveza} \mid \text{N.A.} \vee \text{Cerveza}) &= \text{Card.}(\text{N.A.} \cap \text{Cerveza}) / \text{Card.}(\text{N.A.} \cup \text{Cerveza}) \\ &= 150 / (100+200+150) \\ &= 1/3 \end{aligned}$$

La estimación de estas probabilidades o razones de similaridad entre cada par de categorías nos permite construir una matriz cuadrada. Dado que en este estudio se analizarán 33 categorías de productos, esta matriz contiene 33 filas y 33 columnas y 528 probabilidades relevantes². El análisis de la información contenida en esta matriz puede revelar interesantes conclusiones acerca de que pares de productos suelen ser incluidos en la misma compra con una mayor probabilidad. Obviamente, no es fácil ni eficiente llevar a cabo este análisis a través de la inspección de estas 528 probabilidades. En cambio, sería mucho más conveniente resumir la información de esta matriz representándola a través de un gráfico fácil de ser entendido por los administradores de las categorías.

De acuerdo a este objetivo, representaremos espacialmente las categorías de productos utilizando la información de probabilidades de compra simultánea. La idea es aplicar el procedimiento M.D.S. para generar una representación multidimensional en la cual aquellas categorías con mayor probabilidad condicional de compra simultánea se encuentren más cerca unas de otras. A continuación, se describirá la técnica de análisis (M.D.S.) y su aplicación a este caso particular.

3. Procedimientos para el análisis de interrelaciones

En esta sección se presentan los procedimientos que serán utilizados en este estudio para el análisis de las interrelaciones entre las categorías en la canasta de compra.

² En términos generales, si N es el número total de categorías, la matriz contiene N(N-1)/2 probabilidades relevantes, en vez de N². Esto se debe a que la matriz es simétrica y a que las componentes de su diagonal son iguales a 1.

3.1 Escalamiento Multidimensional (M.D.S.)³

La finalidad básica de los procedimientos de Escalamiento Multidimensional es generar una representación espacial (típicamente euclidiana y de baja dimensionalidad) de un conjunto de individuos a partir de información de distancia o disimilitud entre los individuos. Estos métodos tratan de encontrar el mejor ajuste entre los datos de distancias y las distancias calculadas a partir de la ubicación de los individuos en el espacio generado.

Por ejemplo, si se dispone de la distancia en kilómetros que existe entre cada par de capitales de los países de Sudamérica, se podría generar un mapa de Sudamérica aplicando MDS a estos datos. En efecto, el procedimiento MDS podría determinar la posición de cada ciudad en un espacio de dos dimensiones que permitiera la mayor correspondencia entre las distancias de entrada y aquellas que pueden ser calculadas a partir del mapa generado mediante MDS.

Esta correspondencia o grado de ajuste es medido típicamente mediante el indicador Stress de Kruskal o alguna de sus variantes. Este indicador (S) corresponde a:

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i \neq j}^m (d_{ij} - d'_{ij})^2}{\sum_{i \neq j}^m d_{ij}^2}} \quad [3.1]$$

en que d_{ij} corresponde a la distancia de entrada entre el individuo i y el individuo j ; d'_{ij} corresponde a la distancia calculada a partir de las coordenadas determinadas por el procedimiento de MDS; y, m corresponde al número total de individuos. Otra medida de ajuste corresponde a la correlación al cuadrado entre d_{ij} y d'_{ij} denotada por RSQ.

Un problema que suele enfrentarse en este tipo de análisis es la interpretación de los ejes o dimensiones generadas a través de MDS. En este sentido, los ejes pueden ser rotados manteniendo su ortogonalidad sin que se afecten las distancias entre los objetos. Esto sería equivalente a que en un mapa de una región o un país, se decidiera reemplazar los ejes Norte-Sur y Este-Oeste por los ejes Noroeste-Sureste y Noreste-Suroeste (ver figura 3.1). Esta rotación no modificaría las distancias que existen entre las distintas ciudades, simplemente la orientación de los objetos en el mapa o gráfico sería distinta.

3 Esta descripción se basa en el libro "Analyzing Multivariate Data" de P. Green (1978) y en "Design and Marketing of New Products" de G. Urban y J. Hauser (1993).

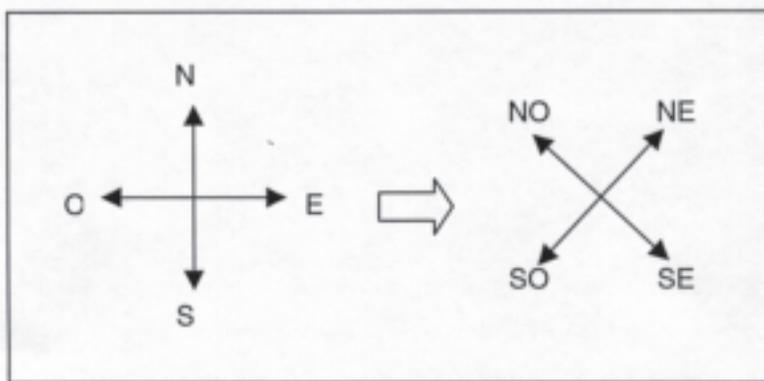


Figura 3.1: Ejemplo de Rotación de ejes.

Para ejecutar esta rotación es necesario encontrar ejes que puedan ser interpretables de alguna manera. Por ejemplo, en el caso de un mapa de una región geográfica de Sudamérica sabemos que, en general, las localidades ubicadas más al Norte exhiben temperaturas más altas que las ubicadas más al Sur. De esta manera, si la variable temperatura es relevante para el analista que está estudiando las distintas ciudades de Sudamérica, puede ser interesante identificar y graficar este eje Norte-Sur en su mapa.

De igual modo, se puede intentar detectar en un mapa generado a través de MDS algún eje tal que los objetos ubicados en distintos extremos de éste presenten diferencias en una o más variables conocidas y relevantes. Formalizando esta idea, si se detecta algún eje tal que las proyecciones de los distintos objetos en él exhiben una correlación significativa con alguna variable de interés, entonces puede resultar conveniente identificar y representar gráficamente este eje en el mapa.

Para esta identificación e interpretación de los ejes se puede recurrir a dos alternativas:

- Utilizar el conocimiento del analista o de un experto acerca de los objetos para detectar posibles ejes con sus respectivas interpretaciones.
- Ocupar información adicional acerca de los objetos. De esta forma, es posible encontrar ejes proyectando variables descriptoras de los objetos en el espacio generado a través de MDS. Para ello se puede estimar el siguiente modelo lineal para una variable descriptora y_i :

$$y_{ij} = c_i + \sum_{k=1}^K D_{ik} x_{kj} \quad [3.2]$$

en que y_{ij} es el valor de la variable descriptora i para el objeto j ; c_i es la constante del modelo; x_{kj} es la posición del objeto j en la dimensión k del mapa generado a través de MDS; y D_{ik} es el coseno direccional entre la variable descriptora i y la dimensión k . Usando las estimaciones de los parámetros D_{ik} es

posible dibujar las proyecciones de la variable descriptora en el mapa de MDS. De esta forma se obtienen ejes que permiten interpretar las diferencias entre las posiciones de los distintos objetos. Es importante mencionar que mientras mejor sea el ajuste de este modelo lineal (R^2), el eje estimado reflejará mejor la variable descriptora⁴.

3.2 Estudio de interrelaciones entre categorías mediante MDS

Como se mencionó anteriormente, en esta aplicación se pretende generar una representación espacial multidimensional en la cual aquellas categorías con mayor probabilidad condicional de compra simultánea se encuentren más cerca unas de otras. Es decir, estas probabilidades serán utilizadas como medidas de similitud entre categorías. Sin embargo, para aplicar el procedimiento MDS necesitaremos una medida de distancia o disimilitud. Esta medida de distancia puede ser simplemente obtenida estimando el complemento de la probabilidad o razón de similitud definida en la ecuación 2.2:

$$p(A \cup B | A \cap B) = 1 - N_{A \cap B} / N_{A \cup B} \quad [3.3]$$

Una vez ejecutado el procedimiento MDS⁵, será posible tener una visión conjunta de qué categorías suelen ser incluidas con mayor frecuencia en la misma compra a través de la representación gráfica de las categorías. Por otro lado, para la interpretación e identificación de los ejes de esta representación, se empleará información adicional referida a las categorías de productos. Esta información proviene de los datos de scanner y se describirá posteriormente.

3.3 Análisis de Conglomerados (Cluster Analysis)⁶

Este procedimiento multivariado permite asignar un conjunto de objetos, en este caso categorías, a un cierto número de segmentos llamados conglomerados. Esta asignación se efectúa a partir de información acerca de los objetos, de modo tal que un par de objetos que pertenecen a un mismo segmento sean más parecidos que un par de objetos que no pertenecen al mismo segmento.

Este parecido entre pares de objetos es medido principalmente de acuerdo a través de medidas de distancia y medidas de coincidencia. Como un ejemplo de las primeras, se puede mencionar la distancia euclídeana (d_{ij}) entre dos objetos de acuerdo a información contenida en r variables que describen dichos objetos:

4 Teniendo en cuenta esta situación puede resultar conveniente que la magnitud del vector que representa el eje en el gráfico sea proporcional al ajuste (R^2) obtenido del modelo lineal.

5 Para ello se empleará la versión 8.0 del software de análisis estadístico SPSS.

6 Esta descripción está basada en el manual "SPSS Base 9.0: Applications Guide", SPSS Inc. (1999) y en el libro "Analyzing Multivariate Data" de Paul Green (1978).

$$d_{ij} = \sqrt{\sum_{t=1}^r (X_{it} - X_{jt})^2} \quad [3.4]$$

en que X_{it} y X_{jt} son los valores de la variable descriptora t para los objetos i y j , respectivamente. Para el cálculo de estas distancias es importante que las r variables se encuentren en una base comparable (típicamente suelen normalizarse) y analizar si existe correlación significativa entre ellas. En este último caso, es posible y recomendable en muchas situaciones aplicar Análisis de Factores para transformar el conjunto de variables correlacionadas en un nuevo conjunto de variables ortogonales entre sí y luego ejecutar algún procedimiento de Cluster Analysis.

Por otro lado, las medidas de coincidencia son típicamente utilizadas cuando se dispone de información escalada nominalmente. En estos casos, una medida simple de coincidencia entre dos objetos corresponde a la razón entre el número de variables para el cual los dos objetos toman el mismo valor y el número total de variables.

Una vez definida la medida de similitud, es necesario seleccionar y ejecutar algún procedimiento para la generación de los conglomerados. El procedimiento utilizado en este trabajo corresponde al método de K-medias. Éste comienza usando los valores de las variables de los primeros k objetos como estimadores temporales de los centros de los k conglomerados, en que k es el número de conglomerados definido por el usuario. Los centros iniciales de los conglomerados se obtienen asignando cada caso al centro más cercano y luego actualizando los centros. Luego, se repite iterativamente este proceso hasta que los centros no cambien significativamente o bien hasta que el número máximo de iteraciones se haya cumplido. De esta forma, se obtienen los centros finales de cada uno de los conglomerados con la correspondiente asignación (estricta) de cada objeto a un conglomerado.

Además de este procedimiento (K-medias), existen métodos jerárquicos aglomerativos los cuales comienzan agrupando el par de objetos más cercanos de acuerdo a alguna medida de distancia combinándolos para formar un conglomerado. Luego, en cada paso sucesivo, se agrupan pares de objetos, pares de conglomerados o un objeto con un conglomerado hasta que todos los objetos sean agrupados en un solo conglomerado. Este agrupamiento suele presentarse a partir de un diagrama de árbol (dendrograma). Nótese que una vez que dos objetos o conglomerados son agrupados en una cierta iteración estos permanecerán juntos durante todas las iteraciones sucesivas.

Finalmente, también existen métodos basados en lógica difusa (Fuzzy C-Means). Estos últimos, a diferencia de los anteriores, permiten que un objeto pueda pertenecer (con grados de pertenencia a estimar) a más de un conglomerado a la vez.

3.4 Agrupación de categorías a partir de sus interrelaciones en la canasta de compra mediante Cluster Analysis

La información que se utilizará para generar la agrupación de categorías en esta aplicación corresponde a las puntuaciones de las categorías en las dimensiones entregadas por el procedimiento de Escalamiento Multidimensional (ver secciones 3.1 y 3.2).

De esta forma se generarán conglomerados de categorías tales que los productos de una categoría perteneciente a un conglomerado tendrán una probabilidad mayor de ser comprados junto con productos de una categoría perteneciente al mismo conglomerado que con productos de categorías de otros conglomerados.

4. Información para el estudio

Los datos para el estudio provienen de una sala de ventas de una cadena mediana de supermercados de Santiago, Chile. Esta sala exhibe un surtido cercano a los 7000 productos y el ticket promedio en dicha sala contiene productos de 7 categorías distintas. Esta información consiste en el detalle de cada compra (transacción), específicamente, productos vendidos, unidades vendidas y precio unitario de los productos vendidos, además de la fecha y hora de la transacción. Solamente un mes (julio 2000) fue considerado para este estudio. Estos datos fueron organizados y almacenados en una base de datos relacional. Esta organización incluyó también la definición de categorías, es decir, determinar qué productos pertenecen a cada una de las 33 categorías de productos analizadas en este estudio. La categorización de ACNielsen fue muy útil para este propósito (ACNielsen 2000).

Usando la base de datos se generó una matriz de disimilaridades (ver ecuación 3.3) que se presenta en la tabla 4.1. En este caso particular, los valores distintos de cero de la matriz son mayoritariamente cercanos a 1 lo cual se explica por ser ésta una sala de compras al paso más que de compras semanales o mensuales.

Esta matriz será utilizada por el algoritmo ALSCAL del módulo MDS del software SPSS. Adicionalmente, un conjunto de variables descriptoras de las categorías fue definido y estimado a partir de los datos de scanner. Este conjunto será utilizado en la etapa de determinación e interpretación de los ejes mediante la estimación de los modelos lineales definidos en la sección 3.1. En definitiva, las variables descriptoras consideradas corresponden a:

- LNT_j : Logaritmo natural del número de tickets que incluyen productos de la categoría j .
- $LCatSales_j$: Logaritmo natural de las ventas totales de productos de la categoría j .
- $LTotExp_j$: Logaritmo natural del gasto total en productos del supermercado que efectúan los compradores de productos de la categoría j .

- $AvgTSize_j$: Monto promedio de los tickets que incluyen productos de la categoría j .
- $LRSCatExp_j$: Logaritmo natural de la razón entre las ventas de la categoría j y el gasto total de los compradores de productos de la categoría j .
- $AvgNCat_j$: Número promedio de categorías diferentes incluidas en los tickets de compradores de productos de la categoría j .

Los valores estimados de estas variables para cada una de las categorías se presentan en la tabla 4.2. Se debe mencionar que también fueron analizadas otras variables estimables a partir de la información de los datos de scanner. Sin embargo, solamente los modelos lineales de las variables presentadas en este trabajo fueron ajustados razonablemente. Además, hubiese sido interesante haber dispuesto de información de margen bruto para poder complementar este análisis, sin embargo, esta información no se encontraba disponible.

Finalmente, es interesante mencionar que con anterioridad a la realización de esta investigación, esta información desagregada al nivel de cada transacción, era borrada semanalmente. En el supermercado sólo se almacenaban las ventas diarias de cada producto. De esta forma, esta investigación constituyó una oportunidad muy interesante de demostrar a los gerentes del supermercado el valor de la información que se solía eliminar.

Categoría	LNT	LCatSales	LTotExp	AvgTSize	LRSCatExp	AvgNCat
ACEITES COMESTIBLES	9,09	15,97	18,41	11156,78	-2,44	8,17
ALIMENTOS INFANTILES	7,94	14,75	17,34	12069,41	-2,59	8,19
ALIMENTOS PARA DESAYUNO	8,61	15,26	17,94	11292,67	-2,69	8,20
ARROCES	8,79	15,39	18,26	12985,70	-2,88	9,23
AZUCAR BLANCA GRANULADA	9,20	16,15	18,48	10736,48	-2,33	7,90
BEBIDAS INSTANTANEAS	8,54	14,59	17,63	8900,72	-3,04	7,73
BEBIDAS NO ALCOHOLICAS	9,57	16,41	18,31	6201,96	-1,90	4,75
CONFITES	8,03	14,60	17,06	8368,03	-2,46	5,77
FIDEOS	9,07	15,79	18,39	11114,27	-2,60	8,60
GALLETAS	8,99	15,40	17,96	7855,45	-2,56	6,10
HARINAS	8,03	14,73	17,59	14198,40	-2,86	9,12
YOGURT	9,07	15,45	18,09	8268,84	-2,64	6,85
QUESOS	8,62	15,42	17,77	9418,97	-2,36	6,84
SALSA DE TOMATES	8,69	14,81	18,12	12439,75	-3,31	9,40
TE	8,95	15,48	18,26	11139,07	-2,78	8,25
HELADOS Y POSTRES CONGELADOS	6,87	13,87	16,03	9423,44	-2,15	6,41

CECINAS	9,31	16,01	18,27	7750,01	-2,25	6,27
MARGARINA	8,86	15,24	18,08	10095,99	-2,84	8,00
SHAMPOO Y BALSAMOS	7,64	14,84	17,16	13538,42	-2,32	7,76
PAÑALES BEBE	7,61	15,59	16,59	7913,13	-1,00	4,47
PANADERIA Y MASAS PROPIAS	10,12	16,36	18,48	4252,16	-2,12	4,21
FRUTAS Y VERDURAS FRESCAS	9,48	15,90	18,16	5882,11	-2,26	5,33
ART. MENAJE Y VAJILLERIA	7,02	14,76	15,42	4452,41	-0,66	1,81
CERVEZAS	7,77	14,48	16,35	5329,54	-1,87	4,08
VINOS	8,83	16,11	17,59	6366,80	-1,48	4,35
CAFÉ	8,59	15,79	17,95	11628,24	-2,16	7,58
MAYONESA	8,39	15,01	17,78	11941,24	-2,78	8,28
TOALLAS HIGIENICAS	7,66	14,23	17,00	11454,56	-2,77	7,59
CARNES	9,17	16,63	18,12	7671,56	-1,48	5,98
PAPEL HIGIENICO	9,42	16,01	18,55	9219,99	-2,55	7,20
DETERGENTES	8,99	16,17	18,30	11030,55	-2,13	7,82
LECHES LIQUIDAS	9,34	16,08	18,36	8284,52	-2,29	6,55
LECHES EN POLVO	8,30	16,01	17,65	11526,25	-1,64	7,40

Tabla 4.2: Descriptores de las categorías en estudio.

5. Resultados

En esta sección se presentarán los resultados de las aplicaciones descritas en la metodología. De esta forma, se presentará en primer lugar la representación espacial generada mediante MDS; a continuación, la agrupación de las categorías a través de Cluster Analysis; luego, la incorporación de información adicional para la representación espacial mediante la estimación de modelos lineales; y, finalmente, la discusión acerca de los resultados obtenidos.

5.1 Representación espacial

Utilizando como datos de entrada los valores mostrados en la tabla 4.1, se obtuvo el escalamiento de las categorías en dos dimensiones que se muestra en la tabla 5.1. El ajuste que se obtuvo entre la medida de distancia original y la distancia escalada se puede observar a través de los indicadores STRESS y RSQ que alcan-

zaron valores de 0,36443 y 0,55527, respectivamente. Estos valores muestran que escalando las categorías en sólo dos dimensiones se puede obtener un ajuste razonable, pero bastante susceptible de ser mejorado. En efecto la adición de cuatro dimensiones más al escalamiento permitiría alcanzar valores de 0,15537 y 0,77163 de los indicadores STRESS y RSQ, respectivamente.

Para efectos de la representación gráfica, se trabajará sólo con dos dimensiones pues la finalidad última de este análisis es proveer una herramienta gráfica a los tomadores de decisión de un supermercado que sea fácil de ser entendida e interpretada. Esta representación se muestra en el gráfico 5.1 y se puede observar a partir de ella qué conjuntos de categorías de productos presentan una probabilidad relativamente más alta de ser incluidos en la misma compra. Para ello basta observar qué categorías se encuentran graficadas en posiciones cercanas.

Dado que en las secciones siguientes este diagrama será enriquecido con los resultados de Cluster Analysis y la estimación de los modelos lineales asociados a las variables descriptoras, se postergará la discusión de estos resultados hasta la sección 5.4.

CATEGORÍA	DIMENSIÓN 1	DIMENSIÓN 2
ACEITES COMESTIBLES	1,00	0,25
ALIMENTOS INFANTILES	-0,64	1,65
ALIMENTOS PARA DESAYUNO	0,95	0,72
ARROCES	0,93	0,48
AZUCAR BLANCA GRANULADA	0,98	0,21
BEBIDAS INSTANTANEAS	1,10	0,65
BEBIDAS NO ALCOHOLICAS	0,13	-1,49
CONFITES	-1,93	-0,29
FIDEOS	0,93	0,19
GALLETAS	0,21	-1,37
HARINAS	0,30	1,48
YOGURT	0,72	-0,92
QUESOS	-0,03	-1,51
SALSA DE TOMATES	0,91	0,52
TE	0,93	0,39
HELADOS Y POSTRES CONGELADOS	-2,08	0,45
CECINAS	0,35	-1,19
MARGARINA	1,00	0,11
SHAMPOO Y BALSAMOS	-0,98	1,46
PAÑALES BEBE	-1,76	0,93
PANADERIA Y MASAS PROPIAS	0,15	-1,37

FRUTAS Y VERDURAS FRESCAS	0,21	-1,29
ART. MENAJE Y VAJILLERIA	-1,92	-0,33
CERVEZAS	-1,81	-0,87
VINOS	-0,97	-1,30
CAFÉ	0,57	1,04
MAYONESA	0,32	1,11
TOALLAS HIGIENICAS	-1,35	1,06
CARNES	0,17	-1,20
PAPEL HIGIENICO	0,80	-0,15
DETERGENTES	0,81	0,31
LECHES LIQUIDAS	0,43	-0,99
LECHES EN POLVO	-0,43	1,27

Tabla 5.1: Solución de MDS en dos dimensiones (medida de distancia para MDS calculada a partir de ecuación 3.3).

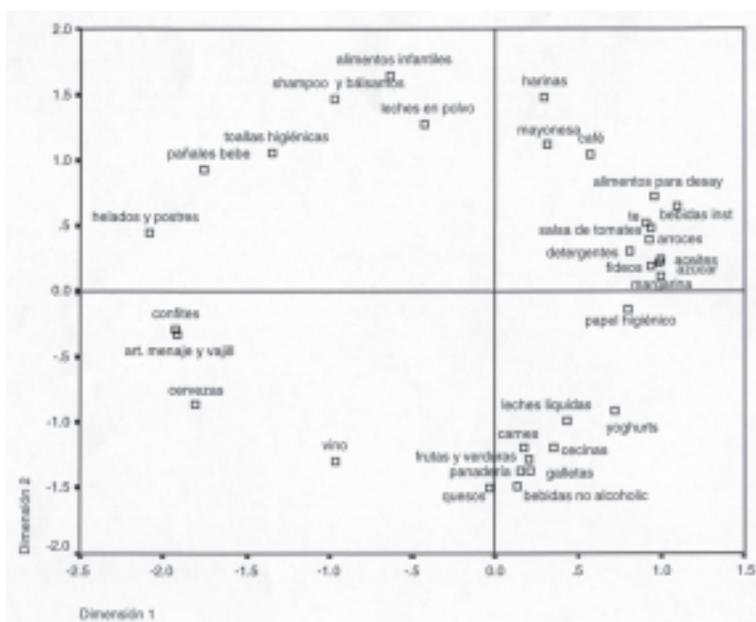


Gráfico 5.1: Solución de MDS en dos dimensiones.

5.2 Agrupación de categorías

En esta sección se agruparán las categorías en conglomerados utilizando MDS y Cluster Analysis. A diferencia de la sección anterior, en la cual se presentó una representación gráfica fácil de ser interpretada, buscaremos una clasificación que

aproveche al máximo la información que el escalamiento proporciona. Para ello recurriremos a la solución de MDS en 6 dimensiones⁷ que, tal como se mencionó anteriormente, ofrece un mejor ajuste entre las distancias de entrada y las distancias escaladas (STRESS = 0,15537; RSQ = 0,77163).

De acuerdo a esto se presenta en primer lugar, la solución de MDS en 6 dimensiones en la tabla 5.2. Esta solución provee 6 variables a partir de las cuales el procedimiento K-Medias de Cluster Analysis puede clasificar las categorías en K conglomerados. Para efectos de este análisis, se puede apreciar por mera inspección del gráfico 5.1 la formación de cuatro conglomerados, prácticamente uno en cada cuadrante. De esta forma se decidió aplicar este procedimiento clasificando las categorías en cuatro conglomerados⁸. Esta clasificación se puede observar en el gráfico 5.2, en el cual se muestra el conjunto de categorías que define cada conglomerado.

Categoría	Dim. 1	Dim. 2	Dim. 3	Dim. 4	Dim. 5	Dim. 6
ACEITES COMESTIBLES	1,43	0,54	0,79	0,25	0,30	0,22
ALIMENTOS INFANTILES	-0,61	1,31	-2,06	1,15	0,19	-0,21
ALIMENTOS PARA DESAYUNO	0,50	0,67	-1,54	0,53	-0,97	0,55
ARROCES	1,37	0,95	0,68	0,18	0,17	0,15
AZUCAR BLANCA GRANULADA	1,44	0,48	0,41	0,43	0,35	0,53
BEBIDAS INSTANTANEAS	0,82	0,53	0,57	-1,23	-0,28	-1,69
BEBIDAS NO ALCOHOLICAS	-0,32	-2,02	0,32	1,05	0,56	0,46
CONFITES	-1,19	-0,08	-0,78	0,76	0,09	-2,57
FIDEOS	1,49	0,46	0,55	0,03	0,31	0,04
GALLETAS	0,07	-1,23	-1,65	0,71	-0,33	-0,69
HARINAS	-0,13	1,42	0,95	0,50	-1,86	0,10
YOGURT	0,60	-1,01	-1,40	-0,76	-0,59	0,15
QUESOS	-0,60	-1,32	-1,02	-0,71	-1,59	0,54
SALSA DE TOMATES	1,38	0,97	0,74	-0,20	0,18	-0,31
TE	1,37	0,74	0,18	0,69	0,23	0,62
HELADOS Y POSTRES CONGELADOS	-2,27	0,31	1,30	-0,03	-2,06	-0,90
CECINAS	0,22	-1,77	-0,38	-0,61	-0,84	0,28
MARGARINA	0,95	0,24	-0,27	-0,72	-1,13	0,95
SHAMPOO Y BALSAMOS	-1,44	1,54	-0,54	-1,96	0,42	0,46
PAÑALES BEBE	-1,52	0,89	-1,06	-0,42	1,97	-1,63
PANADERIA Y MASAS PROPIAS	0,16	-2,32	-0,11	-0,23	0,21	0,11

7 Este fue el número máximo de dimensiones que el software SPSS admitió para el escalamiento.

8 Este procedimiento convergió en 25 iteraciones apreciándose cambios en los centros de los conglomerados inferiores a 10-16.

FRUTAS Y VERDURAS FRESCAS	0,42	-1,95	0,39	-0,66	0,45	-0,63
ART. MENAJE Y VAJILLERIA	-2,31	0,43	0,33	-1,09	1,92	0,49
CERVEZAS	-2,46	-0,44	1,57	1,56	-0,16	0,18
VINOS	-1,24	-0,98	1,23	1,60	1,05	0,49
CAFÉ	0,23	0,99	-0,08	1,61	-0,01	1,33
MAYONESA	0,24	0,48	1,21	-0,53	-1,07	-1,52
TOALLAS HIGIENICAS	-1,72	1,29	-0,24	-1,60	-0,19	1,31
CARNES	0,47	-1,52	0,56	-0,94	0,77	-0,85
PAPEL HIGIENICO	1,33	-0,14	0,39	0,05	0,79	0,40
DETERGENTES	1,19	0,63	0,57	-0,12	0,96	0,49
LECHES LIQUIDAS	0,29	-1,20	0,09	-0,76	0,01	1,56
LECHES EN POLVO	-0,14	1,12	-1,72	1,47	0,13	-0,41

Tabla 5.2: Solución de MDS en seis dimensiones (medida de distancia para MDS calculada a partir de ecuación 3.3).

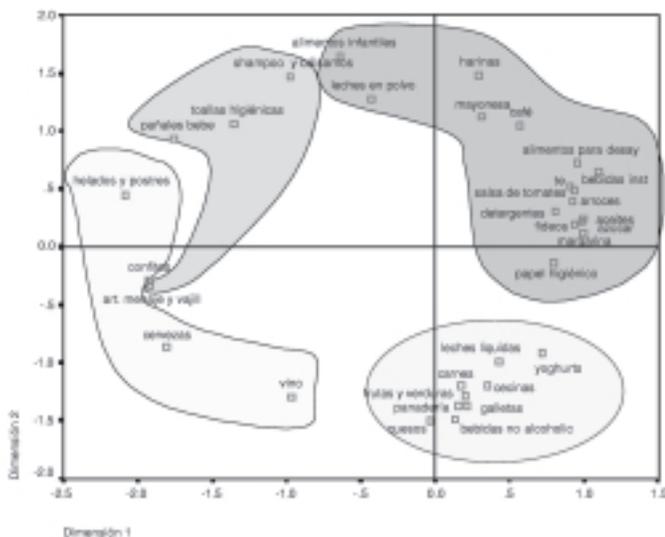


Gráfico 5.2: Solución de MDS en dos dimensiones y agrupamiento de las categorías de acuerdo a procedimiento K-medias de Cluster Analysis utilizando seis dimensiones.

5.3 Información adicional para la representación espacial

En esta sección, se estimarán modelos lineales (ver ecuación 3.2) que permitirán detectar e interpretar dimensiones relevantes del análisis a través de MDS presentado en las secciones anteriores. Como se mencionó previamente, la variable

5.4 Discusión acerca de los resultados

A partir de la representación espacial obtenida (ver gráfico 5.1) es posible detectar una zona central vacía alrededor de la cual las categorías forman una elipse. En otras palabras, no existe una categoría central o equidistante de las demás. Esto muestra que cada categoría tiende a relacionarse con una mayor probabilidad con un determinado subconjunto de categorías que con el resto lo que conduce a la formación de canastas específicas de compra. En otras palabras, debiera ser posible segmentar toda la variedad de tickets en una cantidad reducida de canastas.

A partir del procedimiento K-medias de Cluster Analysis ($k=4$), se clasificaron las categorías en cuatro conglomerados (ver gráfico 5.2). Específicamente, en el primer cuadrante se observa como los productos **no perecibles** (e.g., café, detergente, azúcar, etc.) definen un conglomerado. Lo mismo es válido para el conjunto de productos **frescos o de consumo inmediato** los cuales definen un tercer conglomerado en el cuarto cuadrante. De igual modo, los productos relacionados con **higiene** (además de los productos de menaje y vajilla) definen un tercer conglomerado en el segundo cuadrante. Finalmente, un cuarto segmento (**otros productos**) agrupa a las restantes categorías.

En consecuencia, los productos de alguno de estos conglomerados (no perecibles; frescos/consumo inmediato; higiene) se compran con mayor probabilidad con productos de categorías de su mismo conglomerado que con productos de categorías de otros conglomerados.

A partir de la proyección de las variables descriptoras en la representación espacial (ver gráfico 5.3), es posible apreciar que los compradores de productos de los conglomerados “no perecibles” y “frescos/consumo inmediato” exhiben los niveles más altos de gasto total en productos del supermercado y número de tickets. Más aún, los compradores del primer conglomerado también presentan un alto número promedio de categorías diferentes en el ticket y un alto monto promedio gastado por ticket. Este hecho muestra lo importante que son este tipo de compradores para el supermercado. En efecto, estos compradores realizan una mayor cantidad de compras que son en promedio más grandes y más variadas que las de compradores de otros conglomerados de categorías.

Por otro lado, el conglomerado de productos de higiene se encuentra en una posición opuesta al conglomerado de productos frescos/consumo inmediato. En efecto, un número relativamente pequeño de tickets incluye este tipo de productos, sin embargo, estos tickets son en promedio más grandes en lo que se refiere al monto total de la compra.

Finalmente, las categorías del conglomerado “otros productos” figuran en tickets con poca variedad de productos, es decir, tickets con un bajo número de categorías diferentes. Además, las compras que incluyen este tipo de productos contribuyen en baja medida a las ventas totales del supermercado en análisis.

6. Implicancias del análisis para la gestión coordinada de categorías (Cross Category Management)

Como se mencionó en la introducción, una categoría debe incluir a todos aquellos productos altamente interrelacionados entre sí pues es esta propiedad lo que le permite a un supermercadista administrar sus categorías como unidades estratégicas de negocios. Hasta ahora, esta interrelación ha sido típicamente asociada a sustitución. Sin embargo, existen también interrelaciones asociadas a la composición de la canasta de compra las cuales pueden ser detectadas, por ejemplo, a partir de la estimación de la probabilidad condicional de compra simultánea de un par de categorías o razón de similaridad, tal como se ha mostrado en este artículo.

La existencia de este tipo de interrelaciones sugiere que la coordinación de los esfuerzos de marketing concernientes a las categorías de un mismo conglomerado debiera ser altamente conveniente. De acuerdo a esto, se describirán en esta sección las implicancias del análisis presentado para la gestión coordinada de categorías. Específicamente se discutirán aspectos relativos a definición del rol de una categoría, decisiones tácticas (precio, promoción, surtido, espacio), diseño de la sala de ventas (lay-out) y evaluación de desempeño.

6.1 Definición de rol

La asignación de rol a cada una de las categorías es uno de los pasos más importantes en cualquier proceso de administración de categorías (Blattberg, Purk 1995). Esta asignación permite alinear la gestión de las categorías con la estrategia global del supermercadista. Las consecuencias de esta definición se relacionan directamente con las políticas de surtido, espacio, precio y promoción. Al respecto, los supermercadistas seleccionan un número limitado de categorías para cada rol, como por ejemplo, generador de tráfico, generador de transacciones, generador de utilidades, generador de imagen, generador de caja. Al realizar esta asignación de categorías es conveniente tener en cuenta la existencia de conglomerados de categorías.

En efecto, cada conglomerado puede ser considerado como un negocio con bastante independencia de acuerdo a las probabilidades de compra conjunta. Es interesante notar que esta segmentación se manifiesta también en la existencia de tiendas que se especializan en productos de alguno de estos conglomerados (por ejemplo: tiendas de abarrotes, almacenes, farmacias/perfumerías y panaderías que también comercializan productos lácteos y bebidas). De esta forma, es posible identificar las consecuencias de concentrar un cierto rol en categorías de un mismo conglomerado o negocio. Por ejemplo, si todas las categorías asignadas al rol de generación de tráfico pertenecieran al conglomerado de productos no perecibles, se fortalecería significativamente la afluencia de compradores de este tipo de productos a la sala de ventas mientras que las ventas de las categorías de otros conglomerados o negocios estarían en severo riesgo.

La estrategia alternativa es diseñar un mix de roles en cada conglomerado significativo (no necesariamente el mismo mix) para obtener una adecuada combinación de tráfico, utilidades, caja e imagen para cada uno de ellos. Adicionalmente, el análisis de variables descriptoras (ver sección 5.3) provee una fotografía del rol que cada categoría desempeña desde un punto de vista transaccional y financiero⁹. Esto puede ser usado para determinar prioridades entre los distintos conglomerados y para definir el adecuado balance de roles al interior de cada uno de ellos. Esta definición del balance al interior de cada segmento se puede entender como la asignación de un Super-Rol a cada conglomerado o negocio, lo cual debe estar alineado con el posicionamiento de la sala de ventas respectiva.

6.2 Decisiones tácticas

Las decisiones tácticas de la Administración por Categorías corresponden básicamente a las decisiones de precio, promociones, surtido y asignación de espacio para los distintos productos. En este sentido, el análisis exploratorio presentado puede ser usado por los supermercadistas para detectar oportunidades de promociones cruzadas definiendo combinaciones de alto y bajo margen para conjuntos de productos que se encuentren graficados en posiciones cercanas. Esto es válido, por ejemplo, para pares de categorías como: cereales y jugo en polvo; toallas higiénicas y shampoo y bálsamo; y, panadería y queso (ver gráfico 5.1). Un argumento similar es válido para las demás decisiones tácticas.

6.3 Diseño del lay-out de la sala de ventas

El análisis presentado también entrega lineamientos para el diseño del lay-out de la sala de ventas. Por ejemplo, si el objetivo del supermercadista es ubicar su oferta de productos de modo tal de minimizar el tiempo total que le toma a un comprador completar su canasta, los productos debieran ser ubicados teniendo en cuenta las probabilidades de compra simultánea. Es decir, aquellos conjuntos de productos que aparecen cerca unos de otros en el gráfico 5.1, como por ejemplo, aquellos que pertenecen a un mismo conglomerado, debieran ser ubicados en posiciones cercanas en la sala de ventas. Esto, sin embargo, también es válido para algunos productos que se encuentran en posiciones alejadas en el gráfico, para los cuales se pueda verificar además la existencia de una relación de sustitución entre ellos. En efecto, esto podría ser válido para categorías como bebidas gaseosas y cerveza que se encuentran en posiciones relativamente alejadas en el gráfico mencionado.

Por otro lado, si el objetivo del supermercadista fuese que el comprador de una determinada categoría recorriera un gran número de pasillos y góndolas de

9 Nuevamente, la incorporación de información relativa a margen bruto podría enriquecer en forma importante este análisis y sus implicancias.

la sala de ventas, podrían ubicarse las categorías con mayor probabilidad de ser incluidas en la canasta de este comprador en distintos sectores de la sala “forzando” un recorrido más largo para completar la canasta del comprador en cuestión. Evidentemente, esto puede tener consecuencias negativas en las actitudes del comprador hacia el supermercado como calidad de servicio y satisfacción, por lo cual estamos en presencia de un trade-off que debe ser evaluado. En particular, esta sala de ventas tiene una orientación hacia un formato de tienda de conveniencia, por lo cual, se deberían ubicar los productos privilegiando la comodidad del comprador.

6.4 Evaluación de desempeño

En lo que se refiere a evaluación de desempeño, la contabilidad tradicional no toma en cuenta los efectos que las decisiones y esfuerzos de marketing en una categoría pueden tener en las cifras de otra categoría (Chen et al 1999). La representación espacial presentada permite identificar fácilmente un grupo importante de categorías que pueden resultar afectadas después de la implementación de una decisión de marketing en una categoría. Estas categorías son aquellas que exhiben una probabilidad alta (en términos relativos) de ser incluidas en la misma compra, es decir, aquellas ubicadas en posiciones cercanas en la representación espacial. Además, tal como se mencionó anteriormente, si existe evidencia significativa a favor de una relación de sustitución entre dos categorías ubicadas en posiciones lejanas en la representación espacial, éstas también debieran ser consideradas.

En conclusión, la evaluación de la implementación de una decisión de marketing sobre una categoría debiera considerar no sólo los efectos en la misma categoría sino también los efectos cruzados en las categorías interrelacionadas (ventas inducidas). De acuerdo a esto, tiene sentido definir indicadores del desempeño global del conjunto de categorías de un conglomerado. Por ejemplo, la razón entre el Margen Bruto y el espacio asociado a un conglomerado de categorías es un indicador que permite evaluar la asignación eficiente del espacio a cada negocio o conglomerado de categorías. Esta misma razón estimada al nivel de una categoría no es definitivamente un buen indicador por sí sólo, pues no considera la existencia de interrelaciones entre los productos de distintas categorías. Bajo este enfoque miope no tendría sentido que una categoría no generara un significativo margen al supermercadista, lo cual puede ser beneficioso en la medida en que esto permita sostener las ventas de categorías interrelacionadas. Este problema se aísla en la medida en que el indicador de desempeño se calcule para un conjunto de productos relativamente independientes del resto.

7. Conclusiones del Estudio

El propósito de este trabajo fue realizar un análisis de las interrelaciones entre las categorías de productos en la canasta de compra. Este objetivo se cumplió gracias al aprovechamiento de la información proveniente del punto de venta y a la utilización de herramientas de análisis de datos ampliamente aplicadas a problemas de marketing y de otras especialidades.

Como resultado, se obtuvo una representación espacial de las categorías de acuerdo a las probabilidades condicionales de compra simultánea. Esto permitió identificar cuatro canastas de productos que tienden a ser incluidos en la misma compra con mayor probabilidad. Además, a partir del análisis fue posible caracterizar cada una de estas canastas de acuerdo a variables transaccionales lo cual proporciona una visión de la importancia que cada canasta representa para el negocio del supermercadista.

Finalmente, las interrelaciones detectadas sugieren que la coordinación de actividades de marketing concernientes a las categorías de un mismo conglomerado debiera ser altamente conveniente. De acuerdo a esto, se discutieron las implicancias del análisis presentado para la gestión coordinada de categorías, específicamente, en términos de definición del rol de una categoría, decisiones tácticas, diseño de la sala de ventas (lay-out) y evaluación de desempeño.

8. Investigación Futura y Extensiones

Investigación futura concerniente a este tipo de análisis debiera incluir aspectos de heterogeneidad de clientes. Si bien datos demográficos y socioeconómicos pueden servir para detectar este tipo de heterogeneidad, se debe tener en cuenta que el mismo comprador no se comporta de igual modo en distintas situaciones de compra. Tal como se mostró en este trabajo, los datos de scanner proveen información para segmentar a los compradores de acuerdo a la composición de sus canastas de compra. Esta segmentación junto con información demográfica y socioeconómica puede permitir mejorar los modelos de respuesta de los compradores a diferentes esfuerzos de marketing en distintas ocasiones de compra.

Adicionalmente, un aspecto pendiente que no se alcanzó a cubrir es analizar la estabilidad del análisis. Cabe recordar que en esta investigación se recurrió a información transaccional de solamente un mes de ventas del supermercado. Al respecto, sería interesante analizar si la configuración espacial exhibe estabilidad al extender este análisis a otros meses o incluso a los datos de todo un año. Por otro lado, la aplicación de este análisis en salas de ventas de otros formatos (megamercado, hipermercado, etc.) permitiría comparar el comportamiento de compradores de distintas salas de supermercado.

Finalmente, el tipo de análisis presentado puede ser utilizado más allá de las fronteras del negocio supermercadista. Esto se puede entender fácilmente teniendo en cuenta la existencia de clientes que compran o contratan canastas de productos o servicios en una visita real o virtual a un proveedor o que realizan una serie de actividades (como visitar distintas páginas web, bajar información, entregar información, comprar productos) en una visita a un portal de internet. De esta forma empresas como tiendas por departamento, bancos y portales de internet podrían hacer un uso provechoso de este tipo de análisis. Por ejemplo, un portal podría construir un mapa para representar gráficamente la “canasta” o “conjunto” de páginas o actividades (por ejemplo, compras, archivos descargados, etc.) que tienen probabilidades más altas de ser visitadas en la misma conexión al portal en cuestión. Esto podría ser utilizado para la identificación de segmentos de visitantes de acuerdo a su comportamiento de visita lo cual complementado con información adicional acerca de los clientes (por ejemplo, comportamiento pasado, información socioeconómica) permitiría una adecuación coordinada de las páginas visitadas o servicios requeridos por los clientes de un determinado segmento.

Más aún, el uso de probabilidades condicionales como las mencionadas en las ecuaciones 2.1 y 2.2 podría ser más potente desde un punto de vista interactivo. Es decir, cuando nos referimos a portales dinámicos o inteligentes que se adaptan en su contenido y publicidad de acuerdo a la información que se tiene del visitante. Esta información no necesariamente debe ser determinística (por ejemplo, aunque no se conozca el sexo del visitante con certeza, el sólo hecho de conocer la probabilidad de este evento puede ser valioso. Un ejemplo “bayesiano” interesante en este sentido es mencionado por Montgomery (2000)).

Referencias bibliográficas

- A.C. Nielsen (2000), “Categorización de Productos”, Santiago: A.C. Nielsen (CD-ROM).
- Andrews, R. y A. Manrai (1999), “MDS Maps for Product Attributes and Market Response: An application to Scanner Panel Data”, *Marketing Science*, Vol. 18, No. 4, pp. 584-604.
- Bell, D. y J. Lattin (1998), “Grocery shopping behavior and consumer preference for retail price format: why ‘large basket’ shoppers prefer EDLP”, *Marketing Science*, Vol 17, pp. 66-88.
- Blattberg, R. y M. Purk (1995), “Administración de Categorías: Funciones de Otras Organizaciones en la Administración de Categorías”, Washington, DC: Food Marketing Institute.
- Bosch, M., C.Espinoza, A. Musalem, M. Vega y C.Paz (2000), “Experiencias de Administración por Categorías en Chile”, Documento de Trabajo, Departamento de Ingeniería Industrial, Universidad de Chile.

- Bosch, M. y A. Musalem (2000), "Category Management: An Operations Research View", X Latin-American Conference on Operations Research and Systems, Septiembre, Ciudad de Mexico (CD-ROM).
- Chen, Y., J. Hess, R. Wilcox y Z.J. Zhang (1999), "Accounting Profits versus Marketing Profits: A Relevant Metric for Category Management", *Marketing Science*, Vol. 18, No. 3, pp.
- Elrod, T. (1988), "Choice Map: Inferring a Product-Market Map from Panel Data", *Marketing Science*, Vol. 7, No. 1, pp. 21-40.
- Fader, P. y L. Lodish (1990), "A Cross-Category Analysis of Category Structure and Promotional Activity for Grocery Products", *Journal of Marketing*, Vol. 54, No. 4, pp. 52-65.
- Ghose S. (1998), "Distance Representations of Consumer Perceptions: Evaluating Appropriateness by Using Diagnostics", *Journal of Marketing Research*, Vol. XXXV, May 1998, pp. 137-153.
- Green P. (1978), "Analyzing Multivariate Data", Hinsdale, Illinois: The Dryden Press.
- Manchanda, P., A. Ansari y S. Gupta (1999), "The Shopping Basket: A Model for Multicategory Purchase Incidence Decisions", *Marketing Science*, Vol. 18, No. 2, pp. 95-114.
- Montgomery, A. (2000), "Applying Quantitative Marketing Techniques to the Internet", Working Paper, Graduate School of Industrial Administration, Carnegie Mellon University.
- Mulhern, F. Y R. Leone (1991), "Implicit price bundling of retail products: a multiproduct approach to maximizing store profitability", *Journal of Marketing*, Vol. 55, pp. 63-76.
- Nielsen Marketing Research (1992), "Category Management: positioning your organization to win", Chicago: NTC Business Books.
- Sinha, I. y W. DeSarbo (1998), "An Integrated Approach Toward the Spatial Modelling of Perceived Customer Value", *Journal of Marketing Research*, Vol. XXXV, May 1998, pp. 236-249.
- SPSS Inc. (1999), "SPSS Base 9.0: Applications Guide", Chicago, Illinois: SPSS Inc.
- Urban, G. y J. Hauser (1993), "Design and Marketing of new Products", New Jersey: Prentice Hall.

La combinación de un Sistema Experto y Programación Lineal mejora el servicio al cliente en SOQUIMICH Comercial S.A.

Ana María Angel¹,
Luis Alberto Taladriz²,
Richard Weber³

Resumen

Dentro del área de la agricultura, la recomendación de una mezcla correcta de fertilizantes para ser aplicada a diversos suelos, es una tarea compleja y que demanda mucho tiempo. Los expertos en las distintas ramas de esta área describen, vagamente, las relaciones complejas entre los parámetros influyentes como por ejemplo las características de fertilizantes y suelos, clima, los cultivos anteriores y los deseados. Sin embargo, los agricultores esperan recomendaciones rápidas y fiables a bajos costos. Como en muchas otras áreas, la calidad de los productos respectivos se da por sabida, en este caso los fertilizantes. Lo que hace la diferencia entre los proveedores, es la calidad del servicio que ellos ofrecen a sus clientes. Reconociendo este hecho, Soquimich Comercial S.A., empresa filial de Soquimich S.A. para comercialización de fertilizantes, motivó el desarrollo de un programa computacional de recomendación automática de mezclas óptimas de fertilizantes. Dados los diferentes requisitos involucrados en el proceso, se ha desarrollado una herramienta computacional híbrida que usa la tecnología de sistemas expertos y modelos de programación lineal. Esta publicación describe las características de esta herramienta y la experiencia de su uso.

1 SOQUIMICH Comercial, Santiago, Chile

2 SOQUIMICH Comercial, Temuco, Chile

3 Departamento de Ingeniería Industrial, Universidad de Chile

1. Introducción

Soquimich S.A. (en adelante: SQM) es el líder mundial en el negocio de fertilizantes de especialidad, yodo y litio (SQM 1999). Durante 1999, sus ingresos fueron \$493.7 millones de dólares con un 43% en venta de fertilizantes de especialidad en más de 80 países.

En 1998, la compañía tomó varias medidas para disminuir los costos de producción en sus plantas. En 1999, SQM empezó “una nueva etapa en su desarrollo ... con el objetivo de aumentar los volúmenes de ventas en fertilizantes de especialidad” (SQM 1999).

Soquimich Comercial S.A. (en adelante: SQMC), se encarga de la comercialización de los fertilizantes producidos por SQM a lo largo de Chile, y parte de su estrategia comercial la constituye la generación de recomendaciones de fertilización para los agricultores, satisfaciendo los requerimientos de los cultivos en forma rápida, confiable y a bajo costo. El sistema SOQUIEXPERTO presentado en esta publicación, contribuye a esta estrategia comercial y ayuda a los agentes de ventas de SQMC a dar las recomendaciones para el uso apropiado de fertilizantes.

SOQUIEXPERTO es un sistema híbrido que consiste en dos módulos: un sistema experto y un modelo de programación lineal. El sistema experto recomienda las dosis de nutrientes que un agricultor tiene que aplicar al suelo para alcanzar un resultado deseado en cierto cultivo. Basado en estos requerimientos de nutrientes, el modelo de programación lineal determina una mezcla de fertilizantes de mínimo costo.

A continuación, se describe más detalladamente el problema que SQMC enfrentó. Después de esto, se da una descripción de SOQUIEXPERTO y sus dos módulos (el sistema experto y el modelo de programación lineal). Luego, se presentan los beneficios ya generados por SOQUIEXPERTO y se dan ideas para desarrollos futuros.

2. Recomendación de la mezcla correcta de fertilizantes: una tarea compleja.

“SQM produce cuatro principales fertilizantes de especialidad y más de 200 mezclas de fertilizante apropiadas a las necesidades específicas de ciertos tipos de cosechas y de zonas geográficas” (SQM 1999).

En todo el mundo, el consumo de fertilizantes de especialidad ha aumentado rápidamente (SQM 1999), lo que se debe, principalmente, al crecimiento de técnicas agrícolas modernas que permiten aumentar significativamente el rendi-

miento por hectárea, disminuir el consumo de agua y mejorar la calidad de la producción.

El sector agronómico en Chile - como en la mayoría de los países con una infraestructura similar - es altamente competitivo y la buena calidad no es suficiente para aumentar e incluso mantener la participación en el mercado de productos tales como los fertilizantes. Además, existe una gran variedad de fertilizantes con sus características y aporte de nutrientes, lo cual hace difícil para los agentes de ventas de SQMC recomendar la mezcla correcta de éstos al mínimo costo, a sus clientes.

La meta estratégica del aumento de volúmenes de ventas de fertilizantes de especialidad antes mencionada, sólo se puede alcanzar si la compañía es capaz de ofrecer recomendaciones adecuadas y un excelente servicio a sus clientes y, al mismo tiempo, mantener los precios bajos. Estos requisitos llevaron a los siguientes dos problemas:

- Primero, se tienen que determinar las cantidades requeridas de nutrientes para alcanzar un rendimiento deseado para un cultivo específico en un suelo dado. Para tomar esta decisión se requiere información sobre los suelos a sembrar, cultivos anteriores y futuros, rendimiento esperado y región geográfica (VIII, IX o X regiones de Chile).
- Segundo, se debe sugerir una mezcla óptima de los fertilizantes disponibles. La información requerida para esta decisión es: el requerimiento de nutrientes del cultivo, determinado en el paso previo, la descripción técnica de todos los fertilizantes (por ejemplo: contenido de cada nutriente en los fertilizantes), y sus costos.

La figura 1 a continuación muestra la información requerida para las respectivas decisiones.

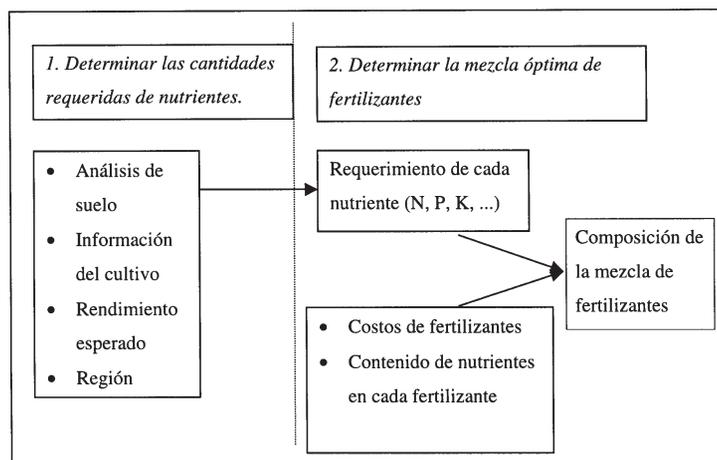


Figura 1: Determinar la mezcla correcta de fertilizantes consiste en dos sub-problemas: determinar los requerimientos de nutrientes y formular la mezcla de fertilizantes de costo mínimo.

Actualmente, SQMC ofrece 18 fertilizantes para cultivos del sur de Chile, cada uno de los cuales se caracteriza por su costo y su contribución de hasta once nutrientes. La tabla 2 en el anexo contiene la información respectiva.

Los agricultores solicitan una recomendación de fertilización a los agrónomos (agentes de ventas) de SQMC, entregando información sobre sus cultivos en años anteriores y cultivos futuros deseados. Además, los agrónomos deben tomar muestras de los suelos a sembrar, las cuales son enviadas a un laboratorio para su análisis químico. Teniendo los resultados respectivos, se pueden determinar los requerimientos de nutrientes para alcanzar el rendimiento esperado, es decir, las cantidades de nitrógeno (N), fósforo (P), potasio (K), etc. que deben aplicarse al suelo.

Conociendo los requerimientos de nutrientes del cultivo, por un lado, y los fertilizantes disponibles (que aportan algunos de esos nutrientes en cierta cantidad), por otro lado, los agrónomos recomiendan una mezcla adecuada para cada consulta, basándose en su conocimiento y experiencia.

El proceso descrito, requiere mucho tiempo y no resulta, necesariamente, en soluciones óptimas. A continuación, se describen más detalladamente estas desventajas de la solución tradicional.

Generar una recomendación de fertilización requiere la determinación de los requerimientos de nutrientes del cultivo, la formulación de la mezcla de fertilizantes y la composición de un informe escrito para ser entregado al agricultor como respuesta a su consulta. Todo el proceso toma normalmente de 1 a 2 horas como promedio. En casos de mayor dificultad y falta de información, los agrónomos de SQMC tienen que recurrir a un experto en fertilidad de suelos, que presta asesorías a SQMC, lo cual provoca una demora mayor en la recomendación. La figura 2 muestra las relaciones que existen entre los agentes involucrados.

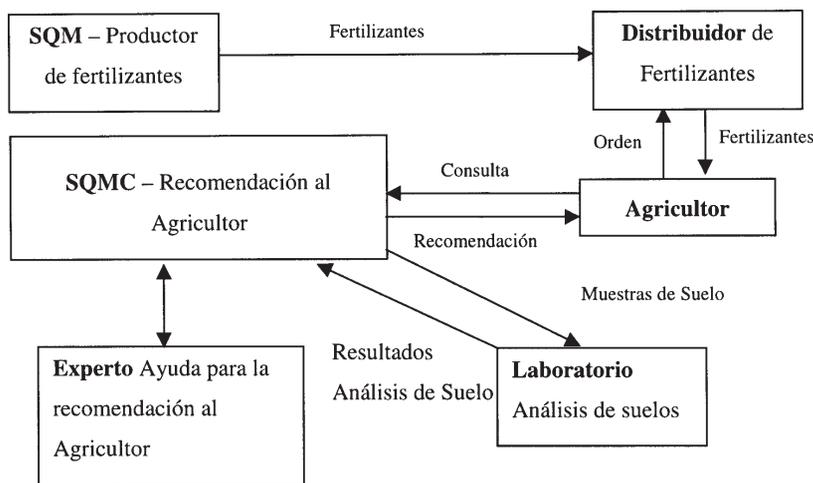


Figura 2: Existen varios agentes involucrados en la generación de las recomendaciones de fertilización.

Debido a razones internas de la empresa, los costos de los productos no son conocidos por los agentes de ventas, por lo cual ellos se han basado en los precios de mercado de los fertilizantes al momento de formular una mezcla, y no en sus costos. El procedimiento de la determinación de la mezcla en forma manual por los agrónomos de SQMC, conlleva a los dos problemas siguientes:

- Primero, las relaciones complejas entre los fertilizantes y el alto número de posibles combinaciones hacen difícil para un ser humano determinar una solución óptima al problema de mezcla. Este hecho, también ha sido experimentado en otras aplicaciones de mezcla; por ejemplo (Rigby et al 1995).
- Segundo, usando los precios de los productos como parámetros se obtiene una solución de mínimo precio, y no de mínimo costo. Como se describe a continuación, SOQUIEXPERTO usa los costos de los fertilizantes como parámetros, accediendo a ellos sin darlos a conocer al agrónomo. Conociendo el costo total de la mezcla, se puede modificar su precio de venta posteriormente, lo que le permitiría a SQMC ofrecer sus productos a precios más bajos.

Sobre todo durante el período de siembra, muchos agricultores consultan a los proveedores de fertilizantes (por ejemplo SQMC) y deciden la compra dependiendo tanto del precio de venta como del servicio que reciben. Durante los períodos de siembra se genera una alta demanda de recomendaciones de fertilización por parte de los agricultores, lo que provoca una demora en la atención de SQMC. Obviamente, la generación de recomendaciones en forma rápida, confiable y a precios competitivos, lleva a una mayor satisfacción de los clientes y por consiguiente tiene el potencial de aumentar la participación de mercado.

3. SOQUIEXPERTO: una herramienta híbrida que genera mezclas óptimas de fertilizantes.

De acuerdo a los dos subproblemas mostrados en la figura 1, se desarrolló una herramienta computacional que consiste en un sistema experto que resuelve el primer sub-problema (la determinación de nutrientes requeridos) y un modelo de programación lineal que resuelve el segundo sub-problema (mezcla de fertilizantes de costo mínimo). A continuación, estos dos sistemas se describen más detalladamente.

El desarrollo del sistema experto mencionado tuvo lugar entre diciembre de 1999 y marzo de 2000. La primera tarea difícil de resolver, fue obtener el conocimiento y experiencia de un experto en fertilización de cultivos de manera de representarlo dentro del sistema experto. Hace un par de años, SQMC había desarrollado un programa computacional para la determinación de los requerimientos de nutrientes, usando técnicas de programación convencional en lugar de un sistema basado en el conocimiento. Igual iniciativa fue llevada a cabo por una empresa de la competencia. Ambos sistemas fallaron, ya que entregaban resultados correctos

sólo en ciertas condiciones, para niveles intermedios de contenido de nutrientes del suelo, pero para niveles altos o bajos se obtenían resultados incorrectos.

Para el desarrollo del sistema experto, se llevó a cabo un proceso de adquisición de conocimiento que consistió en estudiar la teoría existente en los textos (por ejemplo [Pinilla, Taladriz 1999]), realizar entrevistas con el experto, y analizar casos de años anteriores. Las entrevistas fueron grabadas para no sólo capturar lo mencionado, sino que también el conocimiento procesal que normalmente es más difícil describir formalmente (Waterman 1986).

Se desarrolló un primer prototipo del sistema experto capaz de determinar los requerimientos de un cultivo y fue presentado al experto humano. En esta etapa, el experto pudo comprobar que el sistema era amigable para el usuario y generaba buenos resultados. Comprendió además las diferencias básicas entre un sistema basado en el conocimiento y las técnicas de programación convencional, perdiendo las dudas que tuvo inicialmente, y colaboró en el desarrollo de la última versión con una motivación muy alta.

Según el ciclo iterativo de adquisición de conocimiento (ver por ejemplo Puppe 1993), el primer prototipo fue usado durante la siembra de febrero del 2000 y fue mejorado continuamente, usando los casos reales que se presentaban.

Presentando el sistema experto en su etapa intermedia a un grupo de expertos permitió descubrir que ellos tenían algunas discrepancias en la manera de recomendar que se usó. De esta manera, el sistema experto llevó a una discusión intensa entre los expertos que resultó en una mejora del criterio para el proceso de decisión definitivo. Finalmente, los expertos llegaron a un acuerdo que se llevó a cabo en la última versión del sistema experto.

El sistema experto desarrollado finalmente es capaz de generar recomendaciones para 6 tipos de cultivos en las regiones VIII, IX y X de Chile, para lo cual requiere la siguiente información de entrada: cultivo anterior, cultivo deseado, rendimiento anterior, rendimiento esperado, región geográfica, tipo de suelo y análisis químico del suelo. Como salida, el sistema experto determina los requerimientos de cada uno de los nutrientes, es decir, qué cantidad (en kg/ha) de cada nutriente se debería aplicar al suelo para alcanzar el rendimiento esperado. La figura 3 muestra las relaciones entre las variables involucradas en la determinación del requerimiento para el caso del nitrógeno (N).

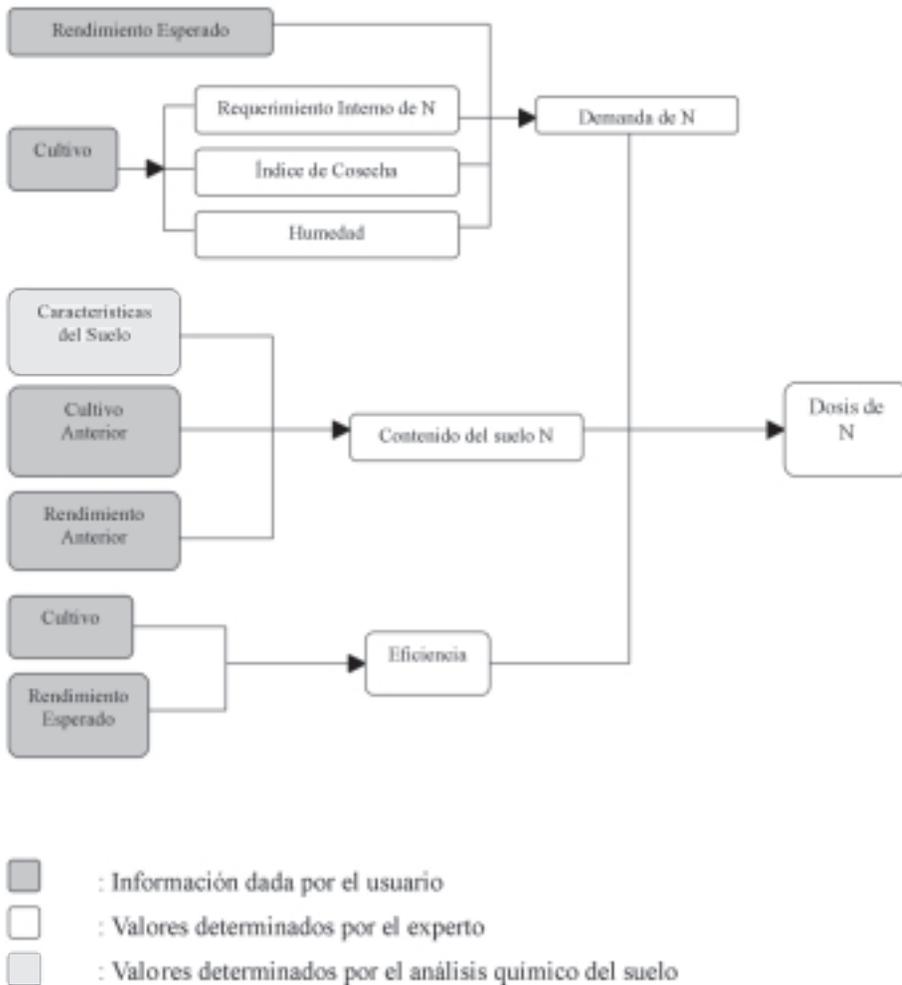


Figura 3: El experto tiene que considerar las complejas relaciones existentes entre las características del suelo, cultivo actual y anterior y rendimiento esperado para generar una recomendación.

Para todos los nutrientes la cantidad (dosis) total requerida está determinada en forma similar al mostrado en la figura 3 para el caso de N. El conocimiento del experto ha sido representado usando reglas del tipo “Si-Entonces” (“If-Then”) (ver por ejemplo Puppe 1993). La base de conocimiento, que contiene toda la información usada por el sistema experto, contiene 297 reglas de este tipo. A continuación se muestran dos reglas a modo de ejemplo:

Si (cultivo = trigo) o (cultivo = avena)
Entonces humedad relativa (H) = 0.15

Si (tipo de suelo = rojo arcilloso) y (cultivo anterior = cereal) y (rendimiento anterior < 60)
Entonces suministro de N = 50

Se usó una shell de sistemas expertos para adquirir, estructurar, modificar, y aplicar el conocimiento experto usado. (Morrison et al. 1991).

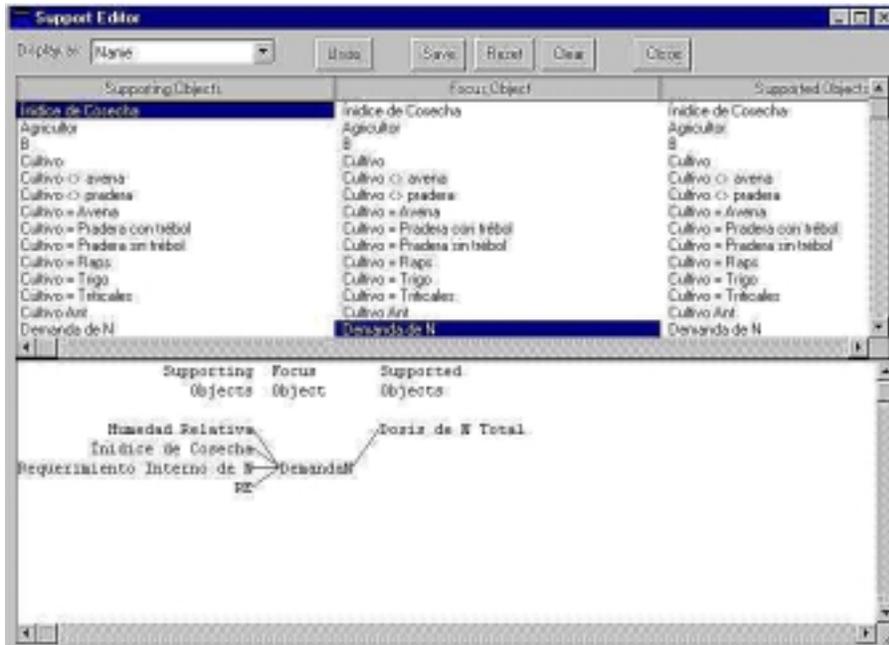


Figura 4: La ingeniería de conocimiento fue apoyada por un programa computacional amigable, compuesto por módulos para adquirir, estructurar, modificar y aplicar el conocimiento del experto.

Un estudio de sistemas expertos operacionales reveló, que muchos de esos sistemas podrían reducir drásticamente el tiempo necesario para resolver las tareas complejas y también ofrecer beneficios no cuantificables, como la satisfacción del cliente, la calidad mejorada de productos y servicios, y la toma de decisiones en forma exacta y consistente (Eom 1996, p. 50). Estas son, también, las ventajas obtenidas aplicando el sistema experto descrito anteriormente.

Para resolver el segundo sub-problema (la determinación de la mezcla de fertilizantes óptima), desarrollamos un modelo de programación lineal que usa como información de entrada las cantidades requeridas de los nutrientes determinados por el sistema experto. Además, el modelo matemático contiene las restricciones para asegurar los siguientes requisitos para la solución propuesta:

- La mezcla tiene que contener las cantidades exactas de N, P, K, B y Zn requeridas por el cultivo (restricciones 1-5 en el anexo).
- La mezcla tiene que contener, al menos, las cantidades determinadas para S y Mg (restricciones 6 y 7 en el anexo).
- La mezcla tiene que contener el porcentaje de N nítrico (NN) determinado por el sistema experto y debe cumplir con las restricciones para P insoluble (PINS) y K libre de Cl (KLCI) determinadas por el usuario (restricciones 8-10 en el anexo).

- Los productos TSP y GUR no se pueden usar simultáneamente. Al mezclarlos se forma una masa que obstruye la máquina que aplica el fertilizante (restricciones 11-13 en el anexo).

Mientras los agrónomos de SQMC deben usar los precios de mercado de los productos para determinar una mezcla, el modelo de programación lineal dentro de SOQUIEXPERTO usa los costos de los fertilizantes como el criterio de minimización en su función objetivo. El modelo de programación lineal toma estos parámetros de una base de datos, dejándolos ocultos para el usuario del sistema. De esta manera, se puede determinar la solución de costo mínimo en lugar de una solución que lleve al precio más bajo.

Usando los dos sistemas descritos anteriormente, desarrollamos SOQUIEXPERTO, una herramienta fácil de usar para el usuario que recomienda mezclas adecuadas de fertilizantes obedeciendo a los requerimientos de los distintos cultivos. No se requiere que los usuarios tengan conocimiento sobre las técnicas usadas. El sistema cuenta con una interfaz gráfica desarrollada en Visual Basic© que facilita la interacción entre el usuario y SOQUIEXPERTO. La figura 5 a continuación muestra la forma en que se integran ambos sistemas:

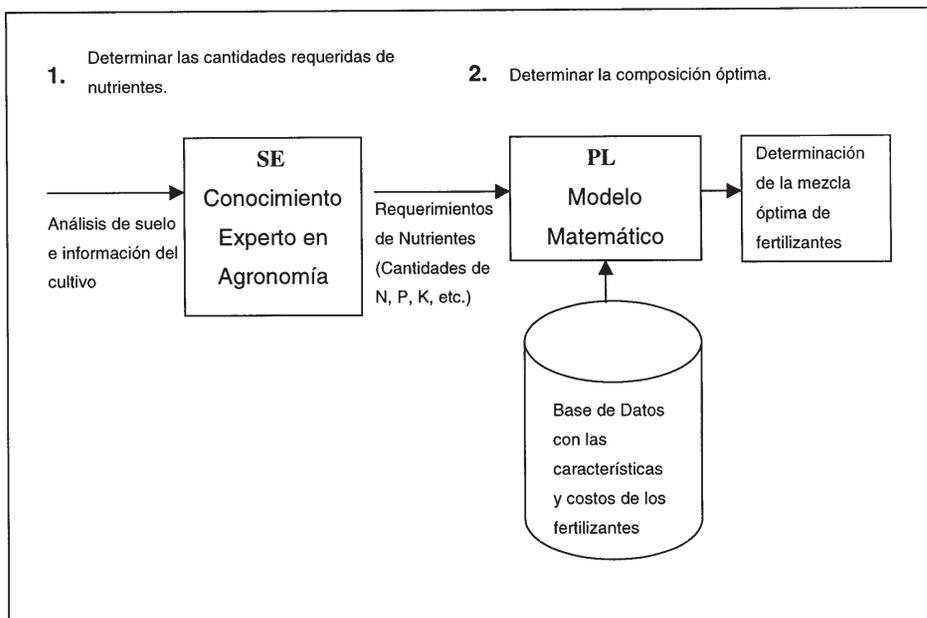


Figura 5: La estructura híbrida de SOQUIEXPERTO combina el conocimiento experto con programación matemática con el fin de recomendar los fertilizantes necesarios a bajo costo.

Las características principales de la herramienta desarrollada son:

- El proceso de adquisición de conocimiento para la determinación de las cantidades requeridas de nutrientes fue mucho más conveniente para el experto involucrado que la construcción de un sistema usando técnicas de programación convencional.

- El conocimiento contenido dentro del sistema experto se puede mantener y actualizar fácilmente.
- El sistema experto que se ha desarrollado para tres regiones geográficas en Chile, puede adaptarse fácilmente a otros ambientes.
- Las cantidades propuestas por el sistema experto son presentadas al usuario y él puede modificarlas si lo desea, antes de obtener la mezcla de fertilizantes.
- Una vez confirmados los requerimientos, se usa un modelo matemático para determinar una mezcla óptima de fertilizantes donde el criterio de minimización es el costo.
- SOQUIEXPERTO lee automáticamente los costos y las características de los fertilizantes desde una base de datos. De esta manera, estos permanecen desconocidos para el usuario, pero pueden usarse para las recomendaciones.
- Un informe estandarizado se genera en forma automática y los resultados se guardan en una base de datos.

La figura 6 muestra una pantalla de SOQUIEXPERTO con los resultados para una aplicación particular.

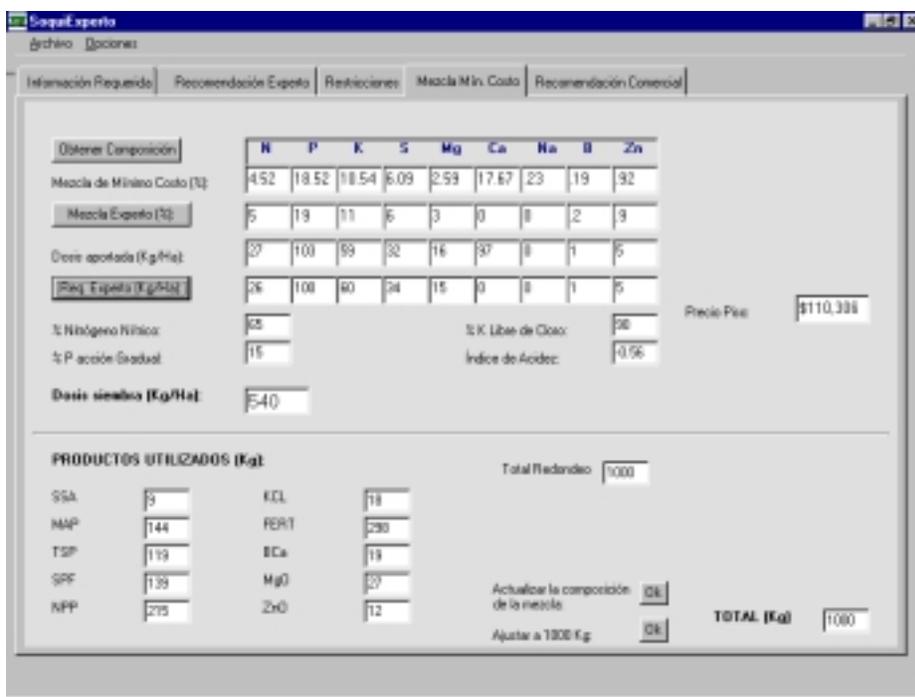


Figura 6: Como resultado final, SOQUIEXPERTO sugiere los productos de SQMC a aplicar y en qué cantidad, el aporte de nutrientes de la mezcla, y el costo total de la misma.

4. La evaluación de SOQUIEXPERTO

El sistema experto desarrollado fue probado usando 40 casos reales de las regiones VIII, IX y X de Chile durante las siembras de febrero del 2000. Cada uno de estos casos corresponde a la consulta de un agricultor y contiene la siguiente información: el cultivo anterior y el deseado, el rendimiento anterior y el esperado, el tipo de suelo, el análisis químico del suelo, y la región geográfica. Como resultado SOQUIEXPERTO determinó para cada uno de estos casos, las cantidades requeridas de los distintos nutrientes.

Los expertos estuvieron satisfechos con las recomendaciones dadas por SOQUIEXPERTO. Además de este juicio cualitativo, se realizaron pruebas estadísticas para evaluar las soluciones cuantitativamente.

Para cada caso de prueba teníamos 7 nutrientes y para cada uno de estos nutrientes, dos valores: la cantidad recomendada por el experto y por el sistema experto. Los errores entre estas dos estimaciones se calcularon como:

$$\frac{\text{Recomendación sistema experto} - \text{Recomendación experto}}{\text{Recomendación sistema experto}} * 100$$

(ver tabla 3 en el anexo).

Formulamos la hipótesis de que estos errores son en promedio igual a cero, y se demostró así para el caso de los nutrientes N, S, B, Zn y N nítrico.

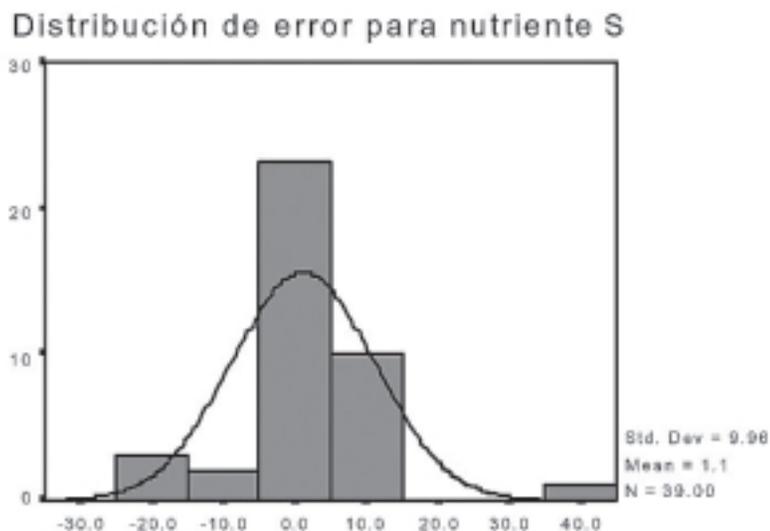


Figura 7: El test realizado muestra que el error promedio no es significativamente distinto de cero para el nutriente S.

Para P, K, y Mg la hipótesis que el error es 0, se rechazó. En todos estos casos el experto usó información adicional (por ejemplo, la información de productos, resultados, fertilización, análisis de suelos de los 4 a 5 años anteriores) que no estaba disponible para el sistema experto. Si el experto humano no contara con este conocimiento adicional el error para los tres casos P, K, y Mg, también no sería significativamente distinto de cero. La integración de reglas para cubrir el conocimiento adicional antes mencionado, es parte de extensiones futuras de SOQUIEXPERTO.

La evaluación del modelo de programación lineal en SOQUIEXPERTO no se pudo realizar directamente, porque los agrónomos de SQMC no conocen los costos de los fertilizantes. En 5 casos de prueba el experto, así como el modelo de Programación Lineal, determinaron la mezcla de productos después de haber fijado las cantidades de nutrientes requeridas previamente. El experto sugirió una mezcla considerando los precios, mientras que el modelo de Programación Lineal determinó una solución de costo mínimo. La tabla 1 muestra los costos de las soluciones y las diferencias respectivas en porcentaje (tomando la solución del modelo de Programación Lineal como base).

	Costo de la solución dada por el experto (en \$/ha)	Costo de la solución usando PL (en \$/ha)	Diferencia (en %)
Caso 1	61.950	56.404	+9,9
Caso 2	55.578	50.799	+9,3
Caso 3	74.812	73.160	+2,3
Caso 4	47.554	45.725	+3,9
Caso 5	90.624	89.680	+1,1

Tabla 1: El modelo de Programación Lineal (PL) reduce los costos totales de las soluciones propuestas.

Reduciendo el costo total de la solución recomendada, SQMC tiene la posibilidad de aumentar sus ganancias vendiendo a los precios previamente establecidos o vender sus fertilizantes a precios más bajos aumentando, así, su participación de mercado.

Sin embargo, la principal ventaja del sistema propuesto, es la reducción del tiempo requerido para generar una recomendación, mejorando el servicio al cliente.

5. Resumen

Describimos a SOQUIEXPERTO como una herramienta híbrida que usa tecnologías de sistemas expertos y de programación lineal para recomendar mezclas de

fertilizantes para cultivos en el sur de Chile. Las pruebas empíricas y la interacción con los expertos han indicado los altos beneficios que ofrece SOQUIEXPERTO.

Su principal ventaja es que ofrece recomendaciones rápidas y de costos mínimos a sus clientes. Esto representa una mejor calidad de servicio que le da la oportunidad a SQMC de aumentar su participación en el mercado de fertilizantes de especialidad.

Usando SOQUIEXPERTO es mucho más fácil para SQMC comparar sus recomendaciones con algunas dadas por sus competidores. Puesto que los precios y características de los productos de la competencia son conocidos, sus recomendaciones a los clientes pueden ser “simuladas” en SOQUIEXPERTO para darle competitividad a las propias recomendaciones.

Último pero no menor, SOQUIEXPERTO ayuda a evitar la contaminación innecesaria, ya que la sobrefertilización es una práctica común en muchos lugares donde los agricultores no tienen acceso a recomendaciones confiables.

Debido a la exitosa aplicación de SOQUIEXPERTO en las regiones del sur de Chile, SQMC ha decidido extender el programa hacia el centro y norte, incluyendo más de 70 cultivos y otras variables usadas en las distintas zonas del país. En el futuro, se espera extender el uso de SOQUIEXPERTO para la red de ventas de SQMC dentro del mundo.

Referencias bibliográficas

- Eom, S. B. 1996, “A Survey of Operational Expert Systems in Business (1980 – 1993)”, *Interfaces*, Vol. 26, No. 5, 50-70
- Morrison I., Schaefer, B.A., Smith, B. 1991, “*Knowledge acquisition: the ACQUIRE® approach*”, Proceedings of the First Semi-Annual Conference in Policy Making and Knowledge Systems. Claremont Graduate School, Claremont, CA, June 20–21, 1991
- Pinilla, H, Taladriz, L. A., 1999, “*Fundamentos de la Fertilización de Cultivos*”, Apuntes de Curso, Facultad de Agronomía, Universidad de la Frontera
- Puppe, F. (1993): *Systematic Introduction to Expert Systems*. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg
- Rigby, B., Lasdon, L. S., Waren, A. D., 1995, “*The Evolution of Texaco’s Blending System: From OMEGA to StarBlend*”, *Interfaces*, Vol. 25, No. 5, 64-83
- SQM 1999, *Annual Report Soquimich*, Santiago, Chile (www.sqm.cl)
- Waterman, D. A. (1986): *A Guide to Expert Systems*. Reading, Massachusetts

Anexo

A-1: Modelo de Programación Matemática para determinar la mezcla óptima de productos.

La Tabla 2 muestra los fertilizantes de SQMC, su contribución de nutrientes y sus costos (los costos se presentan como parámetros, por razones de competitividad de la empresa). La contribución de N se divide entre NH₄ y NO₃, la contribución de P se divide entre P soluble (Psol) y P insoluble (Pins).

Fertilizante	CONTRIBUCIÓN (%)											COSTO (\$/Kg)
	NH4	NO3	Psol	Pins	K	S	Mg	Ca	Na	B	Zn	
SSA	16								26			CSSA
SPO	15				14				18			CSPO
GUR		46										CGUR
CAN 27	13.5	13.5					4	6				CCAN 27
SPN	12.5	12.5							18			CSPN
MAP		11	52			2.3		2.4				CMAP
DAP		18	46									CDAP
TSP			46			1		20				CTSP
SPF			20	20		2		35	0.8			CSPF
NPP	13				44							CNPP
KCl					60							CKCl
SULP					22	22	18					CSULP
FERT						18		33				CFERT
Bca							0.6	13		10		CBCA
MgO							96					CMGO
ZnO											96	CZNO
ZnSO4						19					27	CZNSO4
ATRZ			46			1		20				CATRZ

Tabla 2: SQMC ofrece 18 fertilizantes (mostrados en las filas) los cuales están caracterizados por su contribución de nutrientes y sus costos (presentados en las columnas).

El conjunto de fertilizantes es $I = \{SSA, SPO, GUR, CAN\ 27, SPN, MAP, DAP, TSP, SPF, NPP, KCl, SULP, FERT, Bca, MgO, ZnO, ZnSO_4, ATRZ\}$.

Para $i \in I$ definimos los siguientes parámetros del modelo:

C_i	:	Costo del producto i (\$/Kg)
CNH_4i	:	Contribución de NH_4 del producto i (%)
CNO_3i	:	Contribución de NO_3 del producto i (%)
$CPSOL_i$:	Contribución de Psol del producto i (%)
$CPINS_i$:	Contribución de Pins del producto i (%)
CK_i	:	Contribución de K del producto i (%)
CS_i	:	Contribución de S del producto i (%)
CMg_i	:	Contribución de Mg del producto i (%)
CB_i	:	Contribución de B del producto i (%)
CZn_i	:	Contribución de Zn del producto i (%)

Los siguientes parámetros son los requerimientos de nutrientes, determinados en el primer paso en el proceso de solución del problema.

N_{req}	:	Cantidad de N requerida por el cultivo (Kg/Ha)
P_{req}	:	Cantidad de P requerida por el cultivo (Kg/Ha)
K_{req}	:	Cantidad de K requerida por el cultivo (Kg/Ha)
S_{req}	:	Cantidad de S requerida por el cultivo (Kg/Ha)
Mg_{req}	:	Cantidad de Mg requerida por el cultivo (Kg/Ha)
B_{req}	:	Cantidad de B requerida por el cultivo (Kg/Ha)
Zn_{req}	:	Cantidad de Zn requerida por el cultivo (Kg/Ha)
NN	:	porcentaje de N nítrico requerido por el cultivo
PAG	:	porcentaje de P insoluble requerido por el cultivo
$KLCl$:	porcentaje mínimo de K libre de Cl requerido por el cultivo
$ATRZ$:	Cantidad de Atrizan requerida por la mezcla

Variables de Decisión

X_i	=	Cantidad de producto i (Kg.), $i \in I$
-------	---	---

$$Y_{TSP} = \begin{cases} 1, & \text{si la mezcla contiene TSP} \\ 0, & \text{si no} \end{cases}$$

$$Y_{GUR} = \begin{cases} 1, & \text{si la mezcla contiene GUR} \\ 0, & \text{si no} \end{cases}$$

Función Objetivo

$$\text{Min } \sum_{i \in I} C_i * X_i \quad (\text{Costo de la mezcla por hectárea})$$

Restricciones

1) Cantidad de N requerida:

$$\sum X_i * (CNH4_i + CNO3_i) / 100 = Nreq$$

2) Cantidad de P requerida:

$$\sum X_i * (CPSOL_i + CPINS_i) / 100 = Preq$$

3) Cantidad de K requerida:

$$\sum X_i * CK_i / 100 = Kreq$$

4) Cantidad de B requerida:

$$\sum X_i * CB_i / 100 = Breq$$

5) Cantidad de Zn requerida:

$$\sum X_i * CZn_i / 100 = Znreq$$

6) Cantidad mínima de S requerida:

$$\sum X_i * CS_i / 100 \geq Sreq$$

7) Cantidad mínima de Mg requerida:

$$\sum X_i * CMg_i / 100 \geq M_{greq}$$

8) Porcentaje de N nítrico requerido:

$$\frac{\sum X_i * CNH3_i}{\sum X_i * (CNH3_i + CNO4_i)} * 100 = NN$$

9) Porcentaje de P insoluble requerido:

$$\frac{\sum X_i * CPINS_i}{\sum X_i * (CPSOL_i + CPIS_i)} * 100 = PAG$$

10) Porcentaje mínimo de K libre de Cl requerido:

$$\left(1 - \frac{X_{KCL} * CK_{KCL}}{\sum_{i \in I} X_i * CK_i}\right) * 100 \geq KLCl$$

11) Indicación si la mezcla contiene el fertilizante GUR

$$X_{GUR} \leq M * Y_{GUR} \quad (M \gg 0)$$

12) Indicación si la mezcla contiene el fertilizante TSP

$$X_{TSP} \leq M * Y_{TSP} \quad (M \gg 0)$$

13) GUR y TSP no pueden ser usados simultáneamente

$$Y_{GUR} + Y_{TSP} \leq 1$$

$$X_i \geq 0 \quad \forall i \in I \quad (\text{No negatividad de las variables})$$

$$Y_{GUR} \in \{0, 1\}$$

(Binariedad de las variables)

$$Y_{TSP} \in \{0, 1\}$$

A-2: Evaluación del sistema propuesto

Caso	ERROR (%)							
	N	P	K	S	Mg	B	Zn	N nítrico
1	-3.57	2.04	11.11	0.00	50.00	0.00	0.00	0.00
2	-3.57	0.84	8.70	—1)	-6.25	0.00	0.00	0.00
3	-3.57	0.00	15.38	0.00	13.64	0.00	-28.57	0.00
4	-3.57	23.46	7.14	-5.00	-6.25	0.00	0.00	-4.62
5	-3.70	4.17	17.65	9.09	11.11	0.00	0.00	0.00
6	-3.57	3.31	15.38	-7.69	-9.09	0.00	-16.67	0.00
7	-10.71	2.15	15.38	0.00	-9.09	0.00	0.00	0.00
8	5.00	0.00	9.38	0.00	—1)	0.00	0.00	0.00
9	-10.00	-2.91	9.38	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
10	0.00	0.00	20.00	0.00	-6.67	0.00	0.00	0.00
11	-8.33	-1.04	-5.00	0.00	-12.50	0.00	0.00	0.00
12	10.00	7.14	-5.00	11.11	0.00	0.00	0.00	-1.25
13	-3.57	0.00	0.00	-5.00	11.11	0.00	0.00	0.00
14	4.00	10.00	0.00	-25.00	-6.25	0.00	0.00	0.00
15	-7.14	26.67	0.00	-16.67	11.11	0.00	0.00	-1.25
16	14.29	21.62	-12.50	0.00	—1)	0.00	0.00	6.25
17	0.00	0.00	-6.67	5.56	0.00	0.00	0.00	0.00
18	0.00	10.12	0.00	0.00	-16.67	—1)	0.00	2.86
19	0.00	0.00	20.69	9.09	0.00	—1)	0.00	-9.09
20	-11.54	8.70	0.00	5.56	0.00	0.00	—1)	0.00
21	-10.00	5.26	12.00	10.00	0.00	0.00	0.00	0.00
22	-10.00	0.00	-1.96	0.00	7.14	0.00	0.00	0.00
23	-6.67	7.14	-3.85	5.26	0.00	0.00	0.00	0.00
24	-3.33	4.17	15.38	0.00	0.00	50.00	0.00	0.00
25	0.00	4.55	4.17	-16.67	42.86	0.00	0.00	0.00
26	-3.70	0.53	5.26	0.00	11.11	0.00	0.00	0.00
27	-3.70	2.56	-2.78	13.64	0.00	0.00	0.00	0.00
28	0.00	-2.12	5.88	-9.09	11.11	0.00	0.00	0.00
29	4.55	-0.86	-2.78	0.00	12.50	0.00	0.00	0.00
30	0.00	4.08	-1.43	0.00	6.67	0.00	0.00	1.67
31	0.00	6.25	-6.67	0.00	6.67	0.00	0.00	8.57
32	4.00	5.56	6.25	0.00	-6.67	-33.33	0.00	4.00
33	4.00	3.66	22.22	40.00	-6.67	0.00	0.00	0.00

34	8.33	5.41	8.33	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
35	-3.57	1.06	11.11	6.45	25.00	-33.33	0.00	0.00
36	0.00	11.11	4.17	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
37	0.00	11.76	11.11	11.76	13.64	0.00	0.00	0.00
38	-3.85	0.84	7.14	0.00	13.64	0.00	-20.00	5.26
39	7.14	4.35	-6.25	0.00	7.14	0.00	0.00	-5.00
40	-3.70	4.55	14.29	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

Promedio	-1.50	4.90	5.57	1.09	4.43	-0.44	-1.67	0.19
----------	--------------	-------------	-------------	-------------	-------------	--------------	--------------	-------------

Des. Est.	5.80	6.61	8.75	9.96	13.34	11.29	6.04	2.76
-----------	-------------	-------------	-------------	-------------	--------------	--------------	-------------	-------------

Tabla 3: Para 40 pruebas en casos reales se muestra el error entre las recomendaciones dadas por el experto humano y por el sistema experto.

El error usado en la tabla de arriba se define como:

$$\frac{\text{Recomedación sistema experto} - \text{Recomendación experto}}{\text{Recomendación sistema experto}} * 100$$

1) En estos casos la recomendación del sistema experto es = 0.

Reemplazo de Equipos en un Sistema Productivo Complejo

Máximo Bosch y Samuel Varas

Departamento de Ingeniería Industrial
Universidad de Chile
República 701 Casilla 2777
{mbosch, svaras}@dii.uchile.cl

Resumen

El reemplazo de equipos es una decisión que involucra aspectos de carácter estratégico y táctico debido a que ella determina los niveles de operación, las necesidades de mantención y en definitiva la capacidad productiva. Este paper aborda el problema de reemplazo de equipos de alto valor (palas) en una mina chilena, frente a condiciones de operación complejas (alta interacción entre equipos debido a fallas, geometría de la mina, ley del material, entre otras), con un horizonte finito y requerimientos de extracción de material variables. Para ello, se desarrolló un modelo de programación dinámica que toma decisiones de parque (número de palas, tipo y edad) y reemplazo (compra, venta y/o baja). La interacción entre los equipos y las características operacionales fueron modeladas mediante una función de productividad de las palas asignadas a diversas operaciones. Para su estimación se utilizó un metamodelo de un modelo de simulación, con lo cual estos efectos fueron incluidos en una función analítica, y posteriormente, en el modelo de reemplazo. Finalmente, el modelo ha sido utilizado por la empresa en la evaluación del parque y política de reemplazo de palas en forma anual, logrando considerables ahorros de costo y tiempo de evaluación.

1. Introducción

Este trabajo tiene por objetivo determinar el parque de palas y la política de reemplazo de estos equipos en la mina de cobre Chuquicamata. Esta es la mina de

cobre más grande propiedad de la empresa estatal chilena CODELCO. Es, a su vez, la mina de cobre a tajo abierto más grande del mundo. Para su explotación, una mina de este tipo se divide en frentes, que son áreas homogéneas tanto espacial como mineralógicamente. La explotación de un frente dura varios meses. El orden en que se trabajan los frentes es determinado mediante un Plan de Largo Plazo de explotación de la mina (PLP). Los frentes se pueden clasificar en dos grandes grupos: mineral y lastre. Los primeros corresponden a aquellos que tienen una ley de mineral que hace rentable su procesamiento, mientras que los últimos sólo deben ser extraídos para permitir la explotación de otros frentes. Las operaciones en una mina a tajo abierto de este tipo pueden ser clasificadas en:

1. Perforación-Tronadura: A una fracción de un frente en explotación se le hacen perforaciones en las cuales se introducen cargas explosivas con el objeto de quebrar la roca para permitir su extracción. La extensión tronada de un frente corresponde a un volumen que es extraído en un par de días.
2. Carguío: En cada frente activo existe una pala de grandes dimensiones (sus baldes pueden ir de 17 a 50 yardas cúbicas) que con el apoyo de algún equipo menor (cargador frontal u otro equipo similar) carga camiones, en los cuales se transportan el mineral o lastre a sitios de descarga.
3. Transporte: Tanto el mineral como el lastre son transportados por una flota de camiones de gran capacidad. El recorrido entre los frentes y los botaderos varía en el tiempo, ya que los botaderos están cada vez más lejos y, a su vez, la mina se hace cada vez más profunda, por lo que también aumenta la pendiente y el porcentaje del recorrido con pendiente que debe realizarse.
4. Descarga: El lastre es botado por los camiones en botaderos. El mineral en tanto es depositado por los camiones en una planta chancadora que se encuentra al interior de la mina y de la cual mediante correa transportadora el mineral molido es enviado a una planta concentradora. Existen también al interior de la mina "stocks filas", sitios de acopio temporales, en los cuales los camiones también vacían mineral. Su objetivo es realizar un manejo de la mezcla del mineral que proviene de distintos frentes, ya que ellos presentan distintas características mineralógicas.

Para realizar estas operaciones se cuenta con diversos equipos mecánicos de los cuales los más importantes son las palas y los camiones. Algunas características de estos equipos son las siguientes:

1. Palas: El valor de compra de una pala varía entre 4 y 7 millones de dólares (US\$) dependiendo del modelo y la capacidad. Existe actualmente un parque de 25 palas. La productividad de una pala se mide en las toneladas promedio cargadas por unidad de tiempo. La productividad depende de numerosos factores. Algunos de ellos son: i) edad de la pala, a mayor edad incurre en mayores fallas y por lo tanto su tiempo operativo se reduce; ii) el número y edad de las otras palas operativas en un instante de tiempo, ya que el volumen a extraer está predeterminado, la cantidad de trabajo a realizar por una pala depende, dentro de ciertos límites, del resto de las palas en operación; iii) el número total de camiones en la flota y sus característi-

cas técnicas y de gestión (ya que una pala para operar necesita tener un camión disponible), el número de camiones del parque, la capacidad de carga de ellos y la política de asignación de camiones a palas determinan en gran medida en el tiempo de ocio de las palas. En particular la relación entre número de palas y número de camiones es importante, pues existe una compensación entre tiempo de ocio en las palas y tiempo que esperan los camiones por ser atendidos en una pala. Efectivamente, si el número de palas es pequeño y el de camiones grande, el tiempo operativo efectivo de cada pala será alto pero el de los camiones será bajo ya que estos últimos pasarán mucho tiempo en cola, esperando ser cargados. En la situación inversa, el tiempo de ocio de las palas será alto pero los camiones tendrán pocas esperas.

2. Camiones: El transporte de mineral y lastre entre los frentes y los botaderos, la chancadora y los "stock filas" se realiza a través de una flota de camiones de gran capacidad. Actualmente esta flota está formada por 120 camiones con una capacidad de carga entre las 100 toneladas y las 250 toneladas. La productividad del parque de camiones influye en la de las palas cómo se mencionó en el párrafo anterior. Algunas de las variables que influyen en la productividad del sistema de camiones son: número de palas operativas, distancia y pendiente de los frentes operativos a los botaderos y planta chancadora (geometría de la mina), edad de los camiones, políticas de gestión de los camiones tales como asignación de camiones a tareas, mantención, etc.

Desde un punto de vista de ciclo de vida, la mina se encuentra en una etapa de envejecimiento y se estima que, al menos bajo el actual sistema de explotación, tiene una vida útil de 20 años. Este envejecimiento significa, entre otras cosas, que la ley del mineral tiene tendencia a bajar, por lo que para mantener un ritmo de producción constante es necesario extraer cada vez más lastre. Además significa que la geometría de la mina se vuelve más compleja al alejarse los botaderos de los frentes de explotación y al aumentar la profundidad del rajo, lo que aumenta las pendientes de los recorridos. Todo esto redundando en que para mantener el nivel productivo de la mina se requieran muchos más equipos.

La Administración de la Mina cuenta actualmente con dos herramientas que le permiten realizar su gestión. Uno es el Plan de Explotación de Largo Plazo (PLP) con el cual se determina las cantidades a producir cada año del horizonte de planificación. Este plan basado en criterios económicos, mineralógicos y geométricos determina los frentes a explotar y en forma general los requerimientos de palas y camiones para cada año. Para hacerlo asume productividades medias de los distintos equipos y sus costos anuales equivalentes. La otra herramienta es un modelo de Programación Lineal que permite determinar el parque de camiones y su política de reemplazo en el horizonte de explotación. Este modelo tiene como entradas el número de palas existentes para cada año, la productividad media de cada tipo de pala, así como los requerimientos de transporte (producción meta determinada por el PLP y las distancias entre lugares de carga y descarga). La política de reemplazo indica además cual es el costo anual equivalente de cada tipo de camión.

cas técnicas y de gestión (ya que una pala para operar necesita tener un camión disponible), el número de camiones del parque, la capacidad de carga de ellos y la política de asignación de camiones a palas determinan en gran medida en el tiempo de ocio de las palas. En particular la relación entre número de palas y número de camiones es importante, pues existe una compensación entre tiempo de ocio en las palas y tiempo que esperan los camiones por ser atendidos en una pala. Efectivamente, si el número de palas es pequeño y el de camiones grande, el tiempo operativo efectivo de cada pala será alto pero el de los camiones será bajo ya que estos últimos pasarán mucho tiempo en cola, esperando ser cargados. En la situación inversa, el tiempo de ocio de las palas será alto pero los camiones tendrán pocas esperas.

2. Camiones: El transporte de mineral y lastre entre los frentes y los botaderos, la chancadora y los "stock filas" se realiza a través de una flota de camiones de gran capacidad. Actualmente esta flota está formada por 120 camiones con una capacidad de carga entre las 100 toneladas y las 250 toneladas. La productividad del parque de camiones influye en la de las palas cómo se mencionó en el párrafo anterior. Algunas de las variables que influyen en la productividad del sistema de camiones son: número de palas operativas, distancia y pendiente de los frentes operativos a los botaderos y planta chancadora (geometría de la mina), edad de los camiones, políticas de gestión de los camiones tales como asignación de camiones a tareas, mantención, etc.

Desde un punto de vista de ciclo de vida, la mina se encuentra en una etapa de envejecimiento y se estima que, al menos bajo el actual sistema de explotación, tiene una vida útil de 20 años. Este envejecimiento significa, entre otras cosas, que la ley del mineral tiene tendencia a bajar, por lo que para mantener un ritmo de producción constante es necesario extraer cada vez más lastre. Además significa que la geometría de la mina se vuelve más compleja al alejarse los botaderos de los frentes de explotación y al aumentar la profundidad del rajo, lo que aumenta las pendientes de los recorridos. Todo esto redundará en que para mantener el nivel productivo de la mina se requieran muchos más equipos.

La Administración de la Mina cuenta actualmente con dos herramientas que le permiten realizar su gestión. Uno es el Plan de Explotación de Largo Plazo (PLP) con el cual se determina las cantidades a producir cada año del horizonte de planificación. Este plan basado en criterios económicos, mineralógicos y geométricos determina los frentes a explotar y en forma general los requerimientos de palas y camiones para cada año. Para hacerlo asume productividades medias de los distintos equipos y sus costos anuales equivalentes. La otra herramienta es un modelo de Programación Lineal que permite determinar el parque de camiones y su política de reemplazo en el horizonte de explotación. Este modelo tiene como entradas el número de palas existentes para cada año, la productividad media de cada tipo de pala, así como los requerimientos de transporte (producción meta determinada por el PLP y las distancias entre lugares de carga y descarga). La política de reemplazo indica además cual es el costo anual equivalente de cada tipo de camión.

El objetivo de este trabajo fue el desarrollo de una tercera herramienta que permitiera determinar el parque de palas óptimo para cumplir el plan de explotación de largo plazo de la mina, la política de compra y dada de baja de esas palas, y la política de reemplazo de ellas, de modo de minimizar el costo total de explotación. Además, esta nueva herramienta debiera actuar como una interface entre los otros dos modelos de modo de compatibilizar las relaciones existentes entre ellos. Sus resultados debieran incluir además el costo anual equivalente del parque de palas óptimo dado el plan de explotación.

La relación entre los tres modelos, el PLP, camiones y el de Palas desarrollado por los autores se describe en la Figura 1.

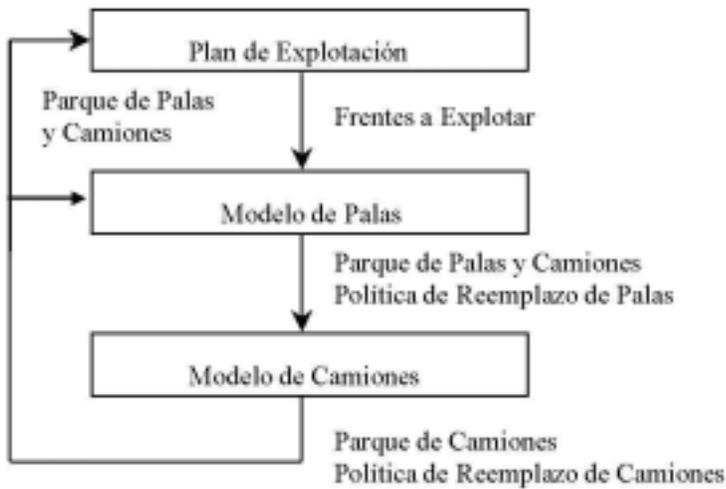


Figura 1: Modelos de Apoyo a la Planificación

Finalmente, los elementos más relevantes a tener en cuenta en el análisis son:

1. Los costos directos de las palas incluyen los de inversión, mantención y operación. Estos costos están asociados a cada pala en forma individual. En general estos costos dependen del tipo de pala (capacidad), del tipo de material a extraer, y de la edad de ella.
2. Los costos indirectos sobre otras palas o sobre el parque de camiones. La tasa de falla, en general, aumenta con la edad de la pala. Una pala al fallar genera una mayor carga de trabajo en las otras palas que en ese momento están operando y, además tiempo de inactividad en los camiones asignados a dicha pala.
3. Los costos indirectos en el sistema productivo. La producción total depende no sólo del número y características de las palas en operación, sino también del número de camiones y otros equipos de apoyo. En particular la relación entre número de palas y camiones es importante pues la productividad de una pala depende del número de camiones que tiene asignada, así como la

productividad de una flota de camiones depende del número de palas operativas. Sin embargo esta relación no es directa, ya que existen fenómenos de congestión en el carguío y descarga de material. Además, existen otras variables como: la distancia que deben recorrer los camiones y la pendiente al interior de la mina, que agregan complejidad al análisis.

Este paper aborda el problema de reemplazo y determinación del parque de palas mediante un modelo de programación dinámica. Una característica particular de este modelo es que considera la productividad como dependiente de las variables de estado y decisión. La sección 2 discute el concepto de productividad utilizado en el paper. La sección 3 presenta el modelo de programación dinámica. La sección 4 presenta un modelo de la productividad de las palas, en función de varias variables operativas y su calibración mediante un modelo de simulación. La sección 5 presenta la estrategia de solución del modelo de programación dinámica. Finalmente, la sección 6 presenta los principales resultados del estudio, y la sección 7 las principales conclusiones.

2. Productividad de los Equipos

La productividad se puede definir como la proporción del tiempo total del equipo en la cual éste se encuentra efectivamente “produciendo”; a este tiempo lo llamamos Tiempo Efectivo. El tiempo total potencial del equipo recibe usualmente el nombre de Tiempo Nominal, y corresponde básicamente al número de días laborales por la capacidad del equipo. La equivalencia entre Productividad y Tiempo Efectivo requiere asumir que cuando el equipo está produciendo, lo hace a una tasa constante.

El Tiempo Nominal (TNOM) se puede descomponer en:

1. Tiempo Operativo (TO), que corresponde al tiempo durante el cual el equipo está asignado a operaciones.
2. Mantenimiento y Fallas Mayores (FMAY). Es el tiempo que el equipo se encuentra detenido y no puede ser asignado a operaciones debido a Fallas o tareas de mantenimiento. Se llaman Mayores para diferenciarlas de las detenciones menores que ocurren durante la operación, y que no significan “sacar” de la operación al equipo. Tanto las fallas mayores como las mantenciones dependen fundamentalmente de la duración del Tiempo Operativo, y no de la productividad. En particular las mantenciones están pre-determinadas por los fabricantes en términos de horas operativas.
3. Reserva (R). Es el tiempo en que el equipo se encuentra disponible para operación, pero no ha sido asignado a ella. Se llama Reserva porque se considera como un inventario de equipo de emergencia, o una holgura. En general, se fija un cierto porcentaje del parque como una política de operación.

Efectivamente, se puede plantear la siguiente relación,

$$TNOM = TO + FMAY + R \quad (1)$$

A su vez el Tiempo Operativo se puede descomponer en:

1. Tiempo Efectivo (TE), El tiempo durante el cual el equipo está efectivamente produciendo. En el caso particular de las palas, asumimos además que es el tiempo durante el cual el equipo está produciendo a su capacidad nominal. Por ejemplo, una pala con un “tiempo efectivo” de producción de 1 hora, y con una tasa nominal de producción por unidad de tiempo de 3 yd³/minuto, producirá 180 yd³.
2. Pérdidas Operacionales (PO): Corresponde a: i) tiempo de ocio, es decir el tiempo que el equipo se encuentra en operación, disponible, pero no es requerido por el resto de los equipos, ii) tiempo por esperas causadas por otros equipos, y iii) tiempo requerido para hacer operaciones complementarias, no directamente asociadas al carguío. Para que la producción durante el tiempo efectivo se pueda asumir constante e igual a su tasa nominal, es muy importante que se incluyan como Pérdidas Operacionales todo tipo de demoras, esperas y tiempos muertos que se producen durante la operación.
3. Mantenición y Fallas Menores (FMEN). Es el tiempo que el equipo se encuentra detenido por fallas o mantenciones de corta duración, y que no implican una reasignación de las tareas que ese equipo estaba realizando.

Se puede establecer entonces la siguiente relación:

$$TO = TE + PO + FMEN \quad (2)$$

Y a partir de ella, las siguientes definiciones:

- Productividad Total = TE/TNOM
- Productividad Operativa = TO/TNOM
- Productividad Efectiva = TE/TO.

Se tiene entonces que

$$Prod. Total = Prod. Efectiva \times Prod. Operativa \quad (3)$$

Esta descomposición de la productividad en Efectiva y Operativa es muy conveniente, ya que, para modelar la Productividad Total bastará modelar la Productividad Efectiva, asumir un cierto tiempo de Reserva como política y estimar un tiempo de Fallas Mayores y de Mantención. Este último tiempo se puede estimar de datos histórico o de información provista por el fabricante en el caso de equipos nuevos.

Es decir, podemos escribir

$$\text{Productividad : Total} = \text{Productividad : Efectiva} \times a \times b \quad (4)$$

en que a y b son independientes de las características de operación en las que interesa modelar la Productividad Total, (distancia, número de camiones operativos, tamaño del parque de palas)

Existen diversos factores que afectan la composición del Tiempo Operativo de una pala, entre ellos destacan las características de la pala misma, las del trabajo asignado, la de los camiones, y las del parque de palas total. Estos factores son discutidos a continuación.

1. Características de la pala (edad y capacidad). Una pala de mayor edad tendrá en promedio una mayor tasa de falla, por lo que su tiempo efectivo será menor. Además, una pala de mayor capacidad tenderá a tener menores demoras operacionales y por lo tanto su tiempo efectivo debiera ser mayor (por ejemplo una pala de mayor capacidad requerirá menos operaciones para cargar un camión que una de menor capacidad).
2. Características del trabajo asignado a la pala. Las distintas características mineralógicas del lugar así como la distancia a botadero y la pendiente en que la pala debe desarrollar las tareas que le han sido programadas, determinan que una pala sea más o menos productiva, ya que estas características pueden afectar tanto a las fallas cortas como a las pérdidas operacionales.
3. Características del parque de camiones. El número de camiones asignado, total o parcialmente, a trabajar con una pala así como la capacidad de ellos afectan el tiempo efectivo, ya que ellos determinan en forma importante el tiempo operativo.
4. Características del resto del parque de palas. Las características de las otras palas del parque influyen en la productividad de una pala indirectamente, pues su número, su capacidad y su edad afectan a la asignación de camiones y por lo tanto al tiempo efectivo de la pala.

Todos estos factores tienen una compleja interdependencia, lo que hace necesario analizar el problema de productividad a través de un análisis que los incorpore conjuntamente, o al menos a los más importantes. Este análisis es realizado en la sección 4, pero primero es formulado el modelo matemático de reemplazo de equipos.

3. Modelo de Reemplazo

El modelo de reemplazo tiene por objetivo el determinar el parque (cantidad de palas, y para cada una, su flota y edad) y la política de reemplazo óptima (período de adquisición, venta o baja de cada pala en el parque) para un período de planifi-

cación con requerimientos de extracción de material decreciente. En este modelo se debe determinar el tamaño y composición del parque, mediante la decisión de adquisición de diferentes flotas, venta y/o baja de las palas existentes en el parque para cada período. Un mayor número de palas en el parque producirá mayor flexibilidad de operación, es decir, pueden reaccionar de mejor manera a problemas en otras palas u otros elementos de la mina, pero esto genera un mayor costo de capital asociado. Por otro lado, parques más jóvenes producirán menores costos de operación y mantención, pero requerirá de mayor costo de capital, debido a que se deberá adquirir con mayor frecuencia palas nuevas y dar de baja o vender palas jóvenes. Por último, los requerimientos de extracción decrecientes implican que la capacidad extractiva total del parque se debe ir ajustando a dichos requerimientos, y en forma adicional, es necesario considerar que al final del período de planificación se debe liquidar (vender) el parque.

El problema de reemplazo con requerimientos de producción variables sobre los equipos, y para un número de equipos grandes, con horizonte fijo y una variedad tecnológica de ellos, ha sido formulado en la literatura como modelos de programación lineal continua ([5]). Sin embargo, cuando el número de equipos es reducido, el problema ha sido formulado en términos de programación lineal entera ([1]), donde la técnica de relajación Lagrangeana es utilizada para resolverlo. En forma adicional, en este tipo de casos se ha utilizado programación dinámica ([6]), en particular para el caso de un sólo equipo.

Sin embargo, ninguno de los enfoques anteriores incorpora la productividad de los equipos como función (no lineal, ver Sección 4) del conjunto de variables de estado y decisión. Es por ello que se optó por un modelo que de una gran flexibilidad de modelamiento como es la programación dinámica. A continuación se presenta el modelo utilizado en este trabajo.

3.1 Parámetros del Modelo

El modelo considera la siguiente definición de variables, parámetros y funciones de costos. Es importante hacer notar que las combinaciones del tipo de material que es extraído y la mina de donde procede el material ha sido modelado bajo el concepto posición, es decir, una posición es una combinación mina - tipo de material.

Parámetros

1. β_t : Tasa de descuento en el año t .
2. H : Horizonte de planificación, expresado en años.
3. NF_t : Número de tipos de flotas disponibles el año t . Cada tipo de flota tiene patrones de productividad particulares (ver Sección 4).
4. MC_t : Número máximo de compras posibles a ser realizadas en el año t .

5. E_{min}, E_{max} : Edad mínima y máxima para la venta de un equipo, definido por una política de reemplazo existente.
6. TM: Número de posiciones a ser extraídas durante el horizonte de planificación.
7. R_{kt} : Requerimiento de extracción de la posición k en el año t . Expresado en toneladas/año.
8. d_{kt} : Distancia media a botaderos desde la posición k en el año t . Expresado en km.
9. α_{ki} : Cantidad de material en la posición k que una pala de la flota i puede extraer durante un año nominal. Expresado en toneladas/año.
10. δ_{it} : Tiempo nominal de trabajo de una pala de la flota i en el año t .
11. θ_{ijk} : Tiempo en fallas largas de una pala de la flota i , edad j .
12. ρ_{ij} : Tiempo mínimo de reserva de una pala de la flota i y edad j .
13. σ_{ijt} : productividad operativa para una pala de la flota i y edad j . Note que esta productividad es medida por el tiempo operativo mediante la siguiente relación:

$$\sigma_{ijt} = 1 - \left(\frac{\rho_{ij} + \theta_{ijk}}{\delta_{it}} \right) \tag{5}$$

Variables del Modelo

1. Y_t es el vector de variables enteras de estado ($Y_{11t}, Y_{12t}, \dots, Y_{ijt}, \dots, Y_{NF_t, E_{max}t}$), donde Y_{ijt} es el número de palas pertenecientes a la flota i , de edad j , en el año t .
2. W_t es el vector de variables de decisión ($W_{111t}, W_{121t}, \dots, W_{ijkt}, \dots, W_{NF_t, E_{max}, TM, t}$), donde W_{ijkt} es el tiempo operativo total de las palas de la flota i , de edad j , asignadas a la posición k , en el año t . Note que

$$\sum_{k=1}^{TM} W_{ijkt} \leq \sigma_{ijt} \times Y_{ijt}, \quad \forall i, j, t \tag{6}$$

3. X_t es el vector de variables de decisión enteras ($X_{1t}, \dots, X_{it}, \dots, X_{NF_t, t}$), donde X_{it} es el número de palas de la flota i adquiridas al comienzo del año t .
4. Z_t es el vector de variables de decisión enteras ($Z_{11t}, Z_{12t}, \dots, Z_{ijt}, \dots, Z_{NF_t, E_{max}t}$), donde Z_{ijt} es el número de palas vendidas o dadas de baja de la flota i , de edad j , al comienzo del año t .
5. N_t es un vector de variables de decisión enteras ($N_{11kt}, \dots, N_{ijkt}, \dots, N_{NF_t, E_{max}, TM, t}$), donde N_{ijkt} es el número de camiones asignados a las palas de la flota i , de edad j , en la posición k , el año t .

Función de Productividad

1. $T_{ij}(N_{ijkt}, d_{kt})$: productividad efectiva de una pala de la flota i y edad j , dado un número de camiones N_{ijkt} asignados a ella, dedicada a extraer material desde una posición k , ubicado a una distancia media a botaderos d_{kt} , en el año t . La estimación de esta función es realizada en la Sección 4.

Funciones de Costos

1. I_{it} : Valor de un equipo nuevo de la flota i en el año t .
2. CC_t : Costo anual equivalente de un camión tipo en el año t por pala operativa en el parque de palas. Expresado en US\$/año-camión-pala operativa.
3. VR_{ijt} : Valor residual de una pala de la flota i , de edad j , en el año t (US\$).
4. Cen_i : Costo de energía anual de una pala de la flota i , operando a tiempo nominal. Expresado en US\$/año.
5. Cma_i : Costo de mantención anual de una pala de la flota i , operando a tiempo nominal. Expresado en US\$/año.
6. Cmo_i : Costo anual de mano de obra (directo e indirecto) de una pala de la flota i . Expresado en US\$/año.
7. Cot_i : Costo anual de otros equipos requeridos para el funcionamiento de una pala de la flota i . Expresado en US\$/año.

Con las definiciones anteriores, los costos totales anuales asociados al modelo pueden ser escritos mediante

$$C_{TOT} = \sum_{t=1}^H \{C_{1t}(Y_t, X_t, Z_t) + C_{2t}(W_t, N_t, d_t)\} \quad (7)$$

donde:

1. $C_{1t}(Y_t, X_t, Z_t)$ es el costo asociado a las decisiones de parque de palas del año t (compra y venta de equipos), más los costos variables con respecto al parque de palas. Esta función esta dada por:

$$\sum_{i=1}^{NF_t} X_{it} I_{it} + \sum_{i=1}^{NF_t} \sum_{j=1}^{E_{max}} Z_{ijt} VR_{ijt} + \sum_{i=1}^{NF_t} \sum_{j=1}^{E_{max}} Y_{ijt} (Cmo_i + Cot_i) \quad (8)$$

2. $C_{2t}(W_t, N_t, d_t)$ es el costo variable de operación y mantención, más aquellos asociados a la operación de los camiones en el año t . Esta función esta dada por:

$$\sum_{i=1}^{NF_t} \sum_{j=1}^{E_{max}} \sum_{k=1}^{TM} \{W_{ijkt} (Cen_i + Cma_i) T_{ij}(N_{ijkt}, d_{kt}) + CC_t W_{ijkt} N_{ijkt}\} \quad (9)$$

3.2 Modelo de Programación Dinámica

El modelo de reemplazo de equipos puede ser formulado en términos de un modelo de programación dinámica, donde cada año del período de planificación es necesario tomar una decisión con respecto al parque de equipos, tal que los requerimientos de material a ser extraído sean satisfechos.

Las decisiones corresponden a la composición del parque de equipos, es decir, si un equipo existente es eliminado o reemplazado por otro, o se incorpora un equipo nuevo al parque. Sea f_t el costo acumulado de la política óptima desde el período t hasta el final del horizonte de planificación, dado que existe un parque inicial Y_t . Por lo tanto, el modelo es el siguiente.

$$\begin{aligned}
 f_t(Y_t) = & \min_{X_t, Z_t, N_t} \left\{ (1 + \beta_t) f_{t-1}(Y_{t-1}) + C_{1t}(Y_t, X_t, Z_t) + C_{2t}(W_t, N_t, d_t) \right\} \\
 \text{s.t.} & \\
 & 1) \sum_{i=1}^{NF_i} \sum_{j=1}^{E_{\max}} W_{ijkt} T_{ij}(N_{ijkt}, d_{kt}) \alpha_{ki} \geq R_{kt}, \forall k, t \\
 & 2) \sum_{k=1}^{TM} W_{ijkt} \leq \sigma_{ijt} \times Y_{ijt}, \forall i, j, t \\
 & 3) \sum_{i=1}^{NF_i} X_{it} \leq MC_t, \forall t \\
 & 4) Y_{ijt} = \begin{cases} Y_{i,j-1,t-1} - Z_{ijt} & j \geq 2, \forall i, t, \\ X_{it} & j = 1, \forall i, t \end{cases} \\
 & 5) Z_{ijt} \begin{cases} \geq 0 & \text{si } E_{\min} \leq j \leq E_{\max} \text{ y entero,} \\ = 0 & \text{en caso contrario} \end{cases} \\
 & 6) X_{it} \geq 0, \forall i, t, \text{ y entero} \\
 & Y_{ijt} \geq 0, \forall i, j, t, \text{ y entero} \\
 & W_{ijkt} \geq 0, \forall i, j, k, t \\
 & N_{ijkt} \geq 0, \forall i, j, k, t, \text{ y entero} \\
 & f_0(Y_0) = 0, \text{ con } Y_0 \text{ conocido} \\
 & Y_{H-1} = 0
 \end{aligned} \tag{10}$$

El modelo (10) realiza el cálculo de la función objetivo desde adelante hacia atrás (es decir, desde el período inicial hasta el horizonte de planificación). Las restricciones asociadas corresponden a la siguiente.

1. La cantidad de palas asignadas a una posición k , en el año t , por su productividad, debe satisfacer los requerimientos de esa posición, para ese año.

2. La cantidad de palas de la flota i y edad j asignadas a las diferentes posiciones $W_{ijkt}, K=1, \dots, TM$, no debe exceder al parque disponible de dicho tipo de palas (Y_{ijt}), debida consideración del tiempo de reserva y fallas mayores (σ_{ijt}).
3. Se acota el número de compras posibles cada año, estas no deben exceder al máximo permitido (MC_t).
4. Función de transformación de los estados en el modelo de programación dinámica.
5. Una pala puede ser vendida sólo en un intervalo de tiempo de su vida. Cuando su edad es mayor o igual a E_{min} (edad mínima de venta), y hasta una edad máxima (E_{max}). Notar que no pueden existir palas mayores de E_{max} .
6. No negatividad de las variables, y las variables son enteras.

Finalmente, dos condiciones de borde son consideradas en el modelo: (a) en el año 0 se conoce el parque de palas, y el valor de la función objetivo es cero, y (b) en el año final se deben vender todas las palas.

El modelo (10) incluye variables del tipo parque de palas, y las del tipo de asignación de camiones a palas (N_t). Si se considera que existen cuatro tipo de flotas, que las palas pueden operar por 15 años, un horizonte de 20 años, y cuatro posiciones existentes, las variables enteras asociadas al parque de palas (es decir, Y_t, X_t y Z_t) son del orden de 2500 variables enteras, y 4800 asociadas a la asignación de palas a posiciones (W_t). En relación a las variables de asignación de camión a palas (N_t) estas corresponden a unas 4800 para los parámetros dados. Además, el modelo (10) presenta un conjunto de restricciones de alta complejidad como son las restricciones tipo 1), es decir, restricciones no lineales. Por estas razones es que se buscó un mecanismo de resolución basado en la descomposición de (10) en un par de modelos jerárquicos como se presenta en la Sección 5.

4. Estimación de la Productividad de las Palas

Los modelos de las Sección 3 requieren conocer la productividad de una pala bajo distintas condiciones de operación. Los factores que explican la productividad de una pala tienen una compleja interdependencia, lo que hace necesario analizar el problema mediante la incorporación conjunta de todos los factores. Una alternativa para estudiar dichas interacciones corresponde a los modelos de simulación, en que se simule el Tiempo Operativo de los equipos. Sin embargo, esto requeriría utilizar el modelo cada vez que las condiciones de operación se vean alteradas. Para solucionar este problema se recurrió al uso de la metodología “Metamodelos de un Modelo de Simulación” ([2], [3]).

Básicamente un metamodelo es un modelo analítico del modelo de Simulación que relaciona las variables de salida de interés de este último con las principales variables de entrada. Entonces, la variable de salida es expresada como :

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (11)$$

en que x_1, x_2, \dots, x_n son parámetros de entrada e y la variable de salida del modelo de Simulación. Específicamente en el caso de las palas la variable y representa el tiempo efectivo, y las variables x_i pueden ser: tiempo operativo, edad de la pala, número y características de las otras palas, distancia a botadero, pendiente, número y capacidad de los camiones con que trabaja la pala, etc.

4.1 Aplicación para Medir la Productividad del Parque de Palas

En lugar de definir un solo metamodelo para todos los tipos de palas (capacidades de 17, 28, 34 y 50 yd³), se prefirió estimar uno por cada tipo de pala. Esto es conveniente pues, para una misma cantidad de información, se obtienen estimaciones más robustas y de menor variabilidad ([3])

Variables Independientes de los Metamodelos

Después de analizar varias variables se decidió seleccionar las siguientes: edad de la pala, distancia media a botaderos, número de camiones por pala, y capacidad nominal del parque de palas.

Dos consideraciones son importantes: se utilizó un camión promedio en el análisis, y se consideró la política de overhaul a las palas a la edad de 5 y 10 años. Un overhaul es una reparación total, donde las mayores partes de cada pala son reemplazadas, esto significa en la práctica contar con un equipo nuevo después de su realización.

Construcción de un Modelo de Simulación

Se construyó un modelo de simulación de eventos discretos ([4]) con el objetivo de estudiar el tiempo efectivo de las palas frente a diferentes esquemas de operación: distribución del parque de palas en la mina, composición del parque, número de camiones, distancias a botaderos.

El modelo sólo simula palas operativas y no incluye tiempos de reserva, reparaciones mayores, mantención, y movimiento de palas entre frentes. Finalmente, el modelo consideró el efecto de las fallas cortas de las palas y la cantidad de camiones asignados como principal mecanismo de interacción en la operación. El modelo fue validado utilizando diferentes turnos donde los parámetros de operación diferían. El resultado fue satisfactorio para los fines requeridos.

Forma Estructural de los Metamodelos

Con el propósito de limitar al máximo la imposición de una forma estructural específica al metamodelo, se optó por tratar las variables como variables discretas, y con un número reducido de niveles. Sólo la variable capacidad nominal del parque de palas fue considerada como continua. El metamodelo tomó la siguiente forma:

$$T_{e,j} = b_0 + b_1 E_1 + b_2 E_2 + b_3 E_3 + b_4 E_4 + b_5 E_5 + b_6 D_1 + b_7 D_2 + b_8 C_1 + b_9 C_2 + b_{10} C_3 + b_{11} C_4 \quad (12)$$

en que E_j representa los distintos niveles de la variable edad de la pala, D_j los de la variable Distancia, y C_j los de la variable número de camiones por pala. Los niveles para las distintas variables fueron:

1. Edad (años): 1, 3, 5, 6, 8, 10.
2. Distancia (kilómetros): 3, 6, y 9
3. Número de camiones por pala: 1,5 - 2; 3; 4 - 4,5; 6; y 9

Los valores de los primeros niveles (E_0 , D_0 y C_0) se omiten en la estimación del modelo, incorporándose implícitamente su valor en forma conjunta en b_0 . Es decir, b_0 representa la productividad de una pala de 1 año, ubicada a 3 km del botadero y con un promedio de camiones asignados entre 1,5 y 2.

Diseño Experimental

El diseño consistió en un diseño ortogonal parcial. El número de puntos experimentales utilizados fue de 729, lo que corresponde a un 18%. Se estudió la correlación entre los distintas variables para el conjunto de puntos de diseño, resultando cercana a cero.

Debe hacerse notar que cada punto experimental corresponde a una simulación y como cada uno de ellas incluía varias palas, la cantidad total de datos para el metamodelo fue superior al número de puntos experimentales (al menos 1.000 datos por tipo de pala).

Estimación del Metamodelo

El metamodelo para cada tipo de pala fue estimado usando ANOVA. Los cuatro metamodelos resultaron de un muy buen ajuste de acuerdo al valor de R^2 ajustado, siendo todas las variables significativas al 95%. La Tabla 3.1 describe los 4 metamodelos estimados. Como ejemplo se puede decir que la productividad de una pala de 17 yd³ de 6 años de edad que opera con seis camiones en un frente, a una distancia promedio a botaderos de 9 km, es igual a 47.4%.

		17 yd ³	28 yd ³	34 yd ³	50 yd ³
Constante*	b0	43.4	31.7	27.5	17.7
Niveles de edad	b1	-2.5	-1.6	-1.2	-1.7
	b2	-3.7	-3.0	-2.1	-2.2
	b3	-1.5	-1.2	-1.2	-1.2
	b4	-3.6	-2.8	-1.9	-2.1
	b5	-4.2	-4.9	-2.4	-2.8
Niveles de distancia	b6	-17.9	-17.5	-17.4	-12.4
	b7	-30.0	-26.9	-25.1	-16.7
Niveles de Camiones	b8	13.4	11.1	11.0	6.9
	b9	25.2	23.0	20.6	14.4
	b10	35.5	33.6	34.1	26.8
	b11	44.6	49.4	51.2	36.0
	R ²	0.95	0.94	0.93	0.90
	N	1375	1175	1255	1055

Tabla 3.1 Parámetros del Metamodelo

A modo de ejemplo, la figura siguiente muestra el efecto de los camiones sobre la productividad estimada de una pala de 17 yd³, de 6 años de edad, operando a una distancia promedio a botaderos de 6 km.

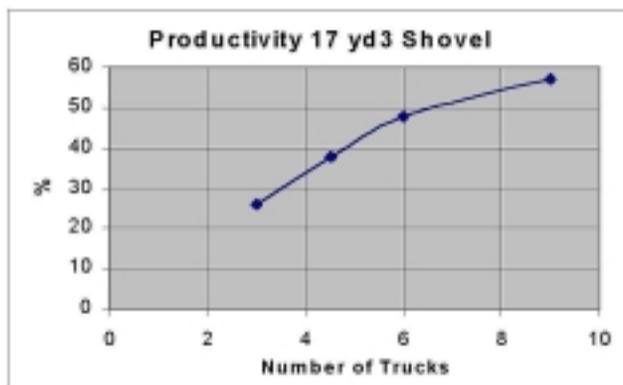


Figura 2: Productividad Pala 17 yd³, de 6 años a 9 km de botaderos.

* La constante corresponde al tiempo efectivo de cada tipo de pala de edad 1 año, distancia de 3 km, y entre 1,5 y 2 camiones asignados por pala.

Validación

Para validar el modelo se consideraron 18 corridas de simulación no incorporadas en la estimación de la regresión. De esta manera, los metamodelos fueron evaluados en los parámetros de las 18 corridas, y con ello se comparó el resultado de la evaluación de los metamodelos con los de las corridas de simulación. Los resultados obtenidos proporcionan una variación del orden del 2 a 6% (2 de 30 casos). La tabla 3.2 proporciona estos valores para cada metamodelo.

Pala [yd ³]	Variación Absoluta Media[%]	Número de Datos
17	2.5	32
58	3.8	26
34	3.4	28
50	5.7	22

Tabla 3.2 Resultados de validación por Metamodelo.

Estimación de Funciones Continuas

Los resultados previos muestran un metamodelo en función de diversos niveles asociados a las variables independientes. Sin embargo, en el caso del número de camiones por pala es necesario disponer de medidas intermedias a dichos niveles. Para tal efecto, la relación entre el tiempo efectivo* de una pala de flota i y edad j (T_{ij}) con el número de camiones asignados a ella se ajustó la siguiente forma analítica.

$$T_{ij}^* = b_0 + b_1 e^{b_2 N} \quad (13)$$

en que b_0 , b_1 y b_2 son parámetros de ajuste y N es el número de camiones asignados. Este ajuste fue realizado mediante regresión lineal.

5. Estrategia de Solución

Dada la alta complejidad del modelo de reemplazo (10), es necesario buscar un mecanismo alternativo de resolución. A partir de una observación de la separabilidad de las funciones de costo, el modelo (10) puede ser escrito como un

* El tiempo efectivo (T_{ij}) considera sólo el efecto de los camiones y no el del resto de las variables.

par de modelos jerárquicos, donde en un primer nivel se resuelve el problema intertemporal de determinación del parque de palas (MPP), y en un segundo nivel, se resuelve el problema operacional de asignación de palas a posiciones y de camiones palas, tal que los requerimientos de extracción de material son satisfechos (MAC). Estos modelos interactúan de acuerdo a como se muestra en la Figura 3.

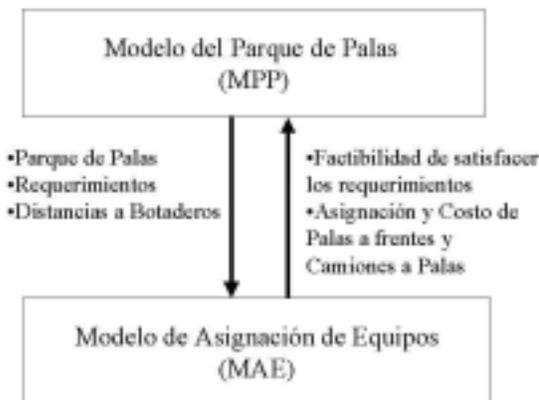


Figura 3: Modelos Jerárquicos

El modelo del parque de palas (MPP) determina un parque de palas Y_t para el año t , en base al parque existente en el período anterior ($t-1$) y las restricciones de compra y venta de equipos. Esta información (parque de palas), en conjunto con los requerimientos de extracción de cada posición (R_{kt}) y las distancias promedio a botaderos de ese año para cada posición (d_{kt}), son proporcionadas al modelo de asignación de palas y camiones (MAC). El MAC determina la asignación óptima de palas a posiciones y camiones a palas, de manera de satisfacer los requerimientos de extracción. En caso de no existir asignación alguna de palas a posiciones y camiones a palas que satisfagan los requerimientos de extracción, el parque Y_t es considerado infactible en MPP. En caso de existir una asignación, el parque Y_t en MPP es considerado factible, incluyendo el costo (solución de MAC) en la alternativa de generación del parque de palas. Este proceso se repite para todos los parques posibles que puedan ser generados, durante todos los períodos del horizonte de planificación.

A continuación se presentan los modelos del parque de palas (MPP) y asignación de palas a posiciones y camiones a palas (MAE), y el mecanismo de resolución utilizado en cada caso.

5.1 Modelo del Parque de Palas (MPP)

El modelo del parque de palas (14) captura las características dinámicas del modelo de reemplazo, es decir, la generación del parque de palas a partir del parque del período anterior (Y_{t-1}) y las decisiones de compra (X_t) y venta (Z_t), durante

todo el horizonte de planificación. En este modelo se determina el parque de palas ($Y_1^*, \dots, Y_t^*, \dots, Y_H^*$), es decir, el número, flota y edad de las palas en el horizonte de planificación.

El costo final de cada alternativa de parque generada en el período t , corresponde al costo $C_{1t}(Y_t, X_t, Z_t)$ asociado directamente a las decisiones del parque de palas (es decir, compra y venta de equipos), más el costo $C_{2t}(W_t^0, N_t^0, d_t)$ asociado a la asignación del parque de palas a posiciones (W_t^0) y de camiones a dicho parque de palas (N_t^0), valores iniciales en cada período*. A continuación se presenta el modelo del parque de palas.

$$\begin{aligned}
 f_t(Y_t) = \min_{X_t, Z_t} & \left\{ (1 + \beta_t) f_{t-1}(Y_{t-1}) + C_{1t}(Y_t, X_t, Z_t) + C_{2t}(W_t^0, N_t^0, d_t) \right\} \\
 \text{s.t.} & \\
 & \sum_{i=1}^{NF_t} X_{it} \leq MC_t, \forall t \\
 Y_{ijt} = & \begin{cases} Y_{i,j-1,t-1} - Z_{ijt} & j \geq 2, \forall i, t, \\ X_{it} & j = 1, \forall i, t \end{cases} \\
 Z_{ijt} & \begin{cases} \geq 0 & \text{si } E_{\min} \leq j \leq E_{\max} \text{ y entero,} \\ = 0 & \text{en caso contrario} \end{cases} \\
 X_{it} & \geq 0, \forall i, t, \text{ y entero} \\
 f_0(Y_0) & = 0, \text{ con } Y_0 \text{ conocido} \\
 Y_{H-1} & = 0
 \end{aligned} \tag{14}$$

Note que (14) no ha determinado la factibilidad del parque de palas, debido a que requiere del conocimiento de una asignación de palas a posiciones (W_t^0) y de camiones a palas (N_t^0). Esta asignación es determinada en el MAE.

Para la solución de (14) se utiliza la estrategia de programación dinámica hacia adelante, es decir, a partir de la situación inicial se van generando las alternativas de parques de palas en base a las restricciones impuestas. Cada alternativa de parque (Y_t) corresponde a un estado en las etapa t dada, a partir de la cual, se generan nuevos estados o alternativas para la próxima etapa. La caracterización de los estados posibles a ser generados (Y_t) se basa en las decisiones de compra y venta del período (es decir, X_t y Z_t), los estados disponibles del período anterior (Y_{t-1}), y la restricción del número máximo de compras del período. En la resolución se utiliza un esquema enumeración exhaustiva en la generación de alternativas, donde la solución final se construye revisando el último estado generado (condición de borde), recorriendo las alternativas generadas desde la etapa final hasta la inicial.

* Los valores del período inicial son un dato disponible, y los valores de los períodos siguientes son determinados en el submodelo MAE.

5.2 Modelo de Asignación de Equipos (MAE)

El objetivo de este modelo (MAE) corresponde a determinar la asignación óptima de palas a posiciones (W_t) y de camiones a palas (N_t), dado un parque de palas Y_t^0 , de manera que sea posible extraer los requerimientos de las diversas posiciones (R_{kt}), en un año determinado. El MAE corresponde a un modelo de un período, donde se minimizan los costos operacionales mediante la asignación de palas a posiciones y camiones a palas. En forma adicional, si el MAE es infactible, significa que el parque de palas Y_t^0 es un parque de palas infactible para satisfacer los requerimientos de extracción. El MAE es formulado como el siguiente problema.

$$\begin{aligned}
 & \min_{W_t, N_t} C_{2t}(W_t, N_t, d_t) \\
 & \text{s.t.} \\
 & (1) : \sum_{i=1}^{NF_i} \sum_{j=1}^{E_{max}} W_{ijkt} T_{ij}(N_{ijkt}, d_{kt}) \alpha_{ki} \geq R_{kt}, \forall k \\
 & (2) : \sum_{k=1}^{TM} W_{ijkt} \leq \sigma_{ijt} \times Y_{ijt}^0, \forall i, j \\
 & W_{ijkt} \geq 0, \forall i, j, k \\
 & N_{ijkt} \geq 0, \forall i, j, k, \text{ y entero}
 \end{aligned} \tag{15}$$

La solución al MAE esta basado en una de asignación *greedy* de camiones a palas, es decir, una asignación basada en el mínimo costo marginal. En forma adicional, existe un conjunto de políticas y prioridades en la operación de la mina que permiten asignar palas a posiciones, ellas son:

1. Las diferentes posiciones k , ($k=1, \dots, TM$), poseen un orden definido de prioridades, con lo cual las palas son asignadas a las posiciones que tienen mayor prioridad primero, y
2. Las palas más pequeñas poseen una mayor flexibilidad, dado que permiten ajustarse mejor a características operativas no incluidas en el modelo, así como moverse al interior de la mina de manera más fácil que las de mayor tamaño. Esta característica permite utilizar una política de asignación de las palas más pequeñas a las más grandes.

Estas reglas permiten obtener soluciones de alta flexibilidad en la asignación de palas, de manera que en aquellas posiciones más críticas en la operación de la mina, las palas más flexibles son utilizadas. De esta manera, el MAE puede ser resuelto mediante una asignación de palas a frentes mediante prioridades de dichas palas, y la asignación de camiones a palas mediante una estrategia *greedy* (ver Anexo 1).

Finalmente, si el parque de palas Y_t^0 , provisto por MPP, es factible (i.e., satisface los requerimientos de extracción), entonces dicho parque es considerado

como una alternativa factible en MPP. En caso de que no exista asignación posible de palas y camiones, entonces se considera el parque Y_t^o como infactible en MPP.

6. Resultados

El modelo de reemplazo descrito en la sección 3, fue utilizado para apoyar la planificación de adquisición y venta de palas en una mina chilena de gran importancia. Los parámetros utilizados en la situación base fueron los siguientes: cuatro posiciones (dos minas y dos tipos de material), un horizonte de planificación de 20 años, vida útil de las palas de 15 años, edad mínima de venta de 8 años, un máximo de palas a comprar por año de 2, un parque inicial de 25 palas, 4 tipos de flotas posibles de modelos de palas (17, 28, 34, y 50 yd³), y una tasa de descuento del 12%. El modelo fue programado utilizando lenguaje FORTRAN, y el tiempo requerido para encontrar la solución, utilizando un computador 486DX de 40 Mhz, fue del orden de los 40 minutos.

La sección 6.1 describe los resultados generales obtenidos con los parámetros establecidos para el modelo, en la sección 6.2 se realiza un análisis de sensibilidad para determinar los efectos de las restricciones más importantes del modelo.

6.1 Resultado de la Política de Reemplazo

El modelo compra un total de 9 palas y vende 21. Las palas que son adquiridas corresponden a las de mayor capacidad disponible (50 yd³) que presentan un costo total por tonelada menor que el resto de las flotas disponibles. Solo se adquiere una pala de la capacidad menor (17 yd³), debido a que una de mayor capacidad sobredimensionaría el parque. En relación a la venta de palas, el modelo primero se deshace de aquellas de mayor costo total por tonelada, que corresponden a las de 28 yd³. La Figura 4 muestra la distribución temporal del parque, es decir, el número de palas nominales por tipo de flota. Se observa que las palas de la flota de 28 yd³ desaparecen primero de la operación en la mina, debido a su edad y a sus mayores costos totales. Progresivamente se van incorporando palas de 50 yd³ de manera creciente, hasta llegar a una composición del parque al año 11 compuesta por palas de 17, 34, y 50 yd³. El año 15 se observa que existe un parque compuesto solo por palas de las flotas de 17 y 50 yd³ exclusivamente. La razón fundamental corresponde a que la flota de 50 yd³ presenta los costos de operación y mantención por tonelada inferiores al resto de las flotas.

Otro aspecto importante corresponde a la disminución del parque de palas, llegando a los últimos años a un parque de 6 palas de 50 yd³. Esto es explicado por la disminución de los requerimientos de extracción en las minas estudiadas.

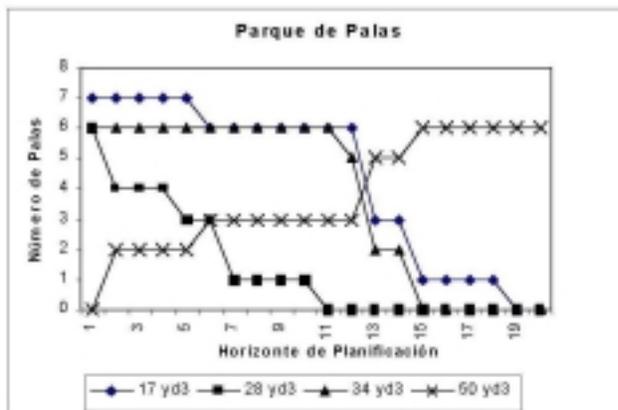


Figura 4: Perfil de Flota de Palas

6.2 Análisis de Sensibilidad

Esta sección analiza el efecto de las restricciones del tipo 2) y 5) del modelo de reemplazo, es decir, el número máximo de compras anuales permitidas, y las edades mínimas y máximas de venta de una pala. La metodología utilizada correspondió a resolver el problema reemplazo con los nuevos parámetros. Los resultados obtenidos se presenta en la Figura 5.

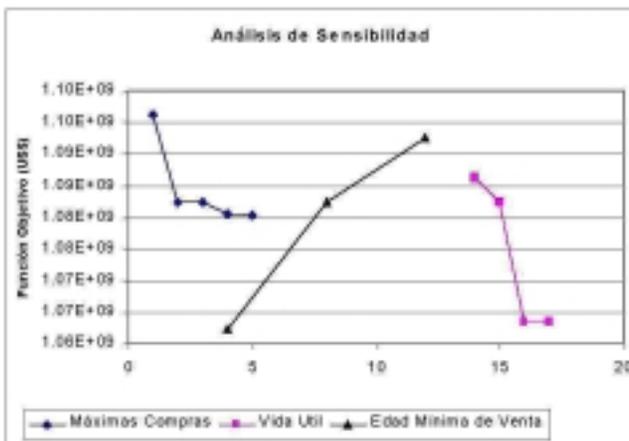


Figura 5: Análisis de Sensibilidad

El número máximo de palas posibles de ser adquiridas por año es una restricción importante en el modelo, ya que esta limita la capacidad de ajuste del parque de palas. El resultado corresponde al esperado, es decir, a medida que se relaja esta restricción, la función objetivo disminuye. La restricción deja de ser activa para un valor de 4 o más palas máximas a comprar al año. Esto reafirma la hipótesis inicial de que el parque se ajusta mejor al relajar esta restricción.

La restricción asociadas a la vida útil (edad máxima de vida E_{max}) permite ajustar el parque mediante la postergación de compra de equipos nuevos, en favor de operar equipos existentes una mayor cantidad de tiempo. En este caso el modelo debe comparar la decisión de incurrir en costos de operación un año más versus la compra y operación de un equipo nuevo. A medida que la vida útil aumenta la función objetivo disminuye. Sin embargo, para vidas útiles mayores o iguales a 16 años, el efecto se pierde debido a los altos costos de operación de una pala de esas edades.

Finalmente, la última variable estudiada correspondió a la edad mínima de venta (E_{min}), la cual permite ajustar el parque a través de evitar reparaciones mayores. Estas reparaciones u overhauls son realizados por política de la empresa a los 5 y 10 años de edad de un equipo. Se observa que a medida que la edad de mínima es menor, la función objetivo disminuye, debido a que se abre la posibilidad de no realizar los overhauls y acomodar mejor el parque de palas a los requerimientos.

Finalmente, la restricción de máximas compras anuales no presenta la importancia tan preponderante que inicialmente se le asignaba. Si bien es cierto, relajar esta restricción genera un mejor ajuste del parque y menor valor de la función objetivo, su efecto es inferior al provocado por las cotas de venta de los equipos.

7. Conclusiones

Se desarrolló un modelo de reemplazo de equipos de palas, es decir, determinar el parque y la política de reemplazo de palas. Este modelo fue utilizado por la empresa para apoyar la toma de decisiones relacionadas con las compras, ventas y bajas de estos equipos. La utilización de este modelo generó un mejoramiento en la evaluación del reemplazo de palas consideradas en un 20 a 30% de ahorro de costos totales, además de reducir el tiempo de evaluación en forma considerable.

El modelo se basó en uno de programación dinámica, donde se incluyeron los costos directos asociados a las palas, así como aquellos indirectos incurridos sobre camiones y otros equipos, por fallas en las palas, y por el efecto red del sistema productivo. El modelo original de reemplazo fue dividido en dos modelos jerárquicos para simplificar su solución. Uno de ellos considera las características dinámicas del problema, como son la compra y venta de palas. El segundo modelo, resuelve el problema de factibilidad para cada posible parque de palas generado. El algoritmo implementado para resolver el problema toma un tiempo aproximado de 40 minutos, para un horizonte de reemplazo de 20 años en un PC de 40 Mhz..

Los costos indirectos fueron medidos mediante la estimación de la productividad de palas. Esta medida incorpora la variables más importantes en la opera-

ción del parque de palas, como son: edad de la pala, distancia media a botadero, número de camiones que operan con ella y capacidad nominal media del parque de palas. Se utilizó un metamodelo de un modelo de simulación para obtener una forma analítica de esta relación. El modelo de simulación fue validado, ajustándose bien a las condiciones reales. Se diseñaron una serie de experimentos, con los cuales se obtuvo aproximadamente mil puntos para la estimación de los metamodelos. Estos metamodelos fueron validados con respecto a los valores observados en la realidad de ciertas características operacionales. El resultado fue satisfactorio.

Finalmente, este trabajo presenta una metodología donde modelos de largo plazo (modelo de reemplazo) son utilizados en forma conjunta con modelos de corto plazo (productividad de las palas). Esta metodología es bastante atractiva, debido a que permite incorporar un mayor realidad en los modelos de largo plazo, y así en definitiva, tomar mejores decisiones.

Referencias bibliográficas

- [1] N. Karabakal, L. Lohmann, and J. Bean. Parallel replacement under capital rationing constraints. *Management Science*, 40, 1994.
- [2] J. Kleijnen. *Statistical Tools for Simulation Practitioners*. Marcel Dekker Inc., 1987.
- [3] J. Kleijnen. Analyzing simulation experiments with common random numbers. *Management Science*, 34:65-74, 1988.
- [4] A. Pristker. *SLAM II, Reference Manual*. Pristker and Asoc., 1982.
- [5] S. Seti and S. Chand. Planning horizon procedures for machine replacement models. *Management Science*, 25, 1979.
- [6] R. Waddell. A model for equipment replacement decisions and policies. *Interfaces*, 13:1-7, 1983.

A Resolución del MAE

El MAE determina, para un año t^0 y un parque de palas $Y_{t^0}^0$ dado, la asignación óptima de palas a posiciones (es decir, el vector W_{t^0} y la de camiones a palas (es decir, el vector N_{t^0}), de manera de extraer los requerimientos de las diversas posiciones (R_{kt^0}). El MAE fue formulado en la Sección 5.2, y corresponde a un modelo de un período, donde se minimizan los costos operacionales mediante la asignación de palas a posiciones y camiones a palas. El MAE es formulado como el siguiente problema.

$$\begin{aligned}
 \min_{\bar{W}_t, \bar{N}_t} & \sum_{i=1}^{NF_t} \sum_{j=1}^{E_{max}} \sum_{k=1}^{TM} \{W_{ijkt}(Cen_t + Cma_t)T_{ij}(N_{ijkt}, d_{kt}) + CC_t W_{ijkt} N_{ijkt}\} \\
 \text{s.t.} & \\
 (1) : & \sum_{i=1}^{NF_t} \sum_{j=1}^{E_{max}} W_{ijkt} T_{ij}(N_{ijkt}, d_{kt}) \alpha_{ki} \geq R_{kt}, \forall k \\
 (2) : & \sum_{k=1}^{TM} W_{ijkt} \leq \sigma_{ijt} \times Y_{ijt}^0, \forall i, j \\
 & W_{ijkt} \geq 0, \forall i, j, k \\
 & N_{ijkt} \geq 0, \forall i, j, k, \text{ y entero}
 \end{aligned} \tag{16}$$

A.1 Reglas de Asignación

La solución al MAE esta basado en un conjunto de políticas y prioridades en la operación de la mina que permiten asignar palas a posiciones, ellas son:

1. Las diferentes posiciones k , ($k=1, \dots, TM$), poseen un orden definido de prioridades de extracción, con lo cual las palas son asignadas a las posiciones que tienen mayor prioridad primero, y
2. Las palas más pequeñas y nuevas del parque poseen una mayor flexibilidad operacional, dado que permiten una fácil adaptación a las condiciones de operación diarias. Con ello, las palas más pequeñas son asignadas primero.

Note que (16) es un problema separable por posiciones, excepto por las restricciones tipo (2). Sin embargo, utilizando la regla (1) anterior, es decir, existen posiciones de extracción con mayor prioridad que otras, es posible separar el problema por posiciones, considerando las restricciones (2) de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
 D_{ijk_1t^0} &= \sigma_{ijt^0} \times Y_{ijk_1t^0}^0 \\
 W_{ijk_1t^0} &\leq D_{ijk_1t^0} \\
 D_{ijk_1t^0} &= D_{ijk_{i-1}t^0} - W_{ijk_{i-1}t^0}
 \end{aligned}
 \tag{17}$$

donde, k_1, \dots, k_{TM} es el orden de prioridades de posiciones, y $D_{ijk_1t^0}$ es el tiempo remanente disponible de las palas de la flota i , edad j , para las posiciones k_1, \dots, k_{TM} .

El modelo resultante para cada posición k queda expresado en términos de las variables $\{W_{11}, \dots, W_{NF_t E_{max}}, N_{11}, \dots, N_{NF_t E_{max}}\}$, y su expresión es como sigue:

$$\begin{aligned}
 \min_{W_t, N_t} & \sum_{i=1}^{NF_t} \sum_{j=1}^{E_{max}} \{W_{ijk^0t} (Cem_i + Cma_i) T_{ij} (N_{ijk^0t}, d_{k^0t}) + CC_t W_{ijk^0t} N_{ijk^0t}\} \\
 \text{s.t.} & \\
 (1) : & \sum_{i=1}^{NF_t} \sum_{j=1}^{E_{max}} W_{ijk^0t} T_{ij} (N_{ijk^0t}, d_{k^0t}) \alpha_{k^0i} \geq R_{k^0t} \\
 (2) : & W_{ijk^0t} \leq D_{ijk^0t}, \forall i, j \\
 & W_{ijk^0t} \geq 0, \forall i, j \\
 & N_{ijk^0t} \geq 0, \forall i, j, \text{ y entero}
 \end{aligned}
 \tag{18}$$

Finalmente, se utiliza la regla (2), donde las palas de menor costo marginal por tonelada - hora de extracción son asignadas primero, hasta completar el requerimiento de extracción, evitando así los costos de movimientos de palas entre posiciones. Esta regla provee una solución de alta flexibilidad en la asignación de palas, de manera que en aquellas posiciones más críticas en la operación de la mina las palas más flexibles son utilizadas.

A.2 Procedimiento de Resolución

El procedimiento de resolución del MAE, primero fija una posición, de acuerdo a la regla 1, luego, realiza la asignación de palas a dicha posición y de camiones a las palas (regla (2)). Esta asignación es repetida hasta que el requerimiento (R_{kt}) es satisfecho. Si el requerimiento es satisfecho, entonces se asigna una nueva posición, y se repite la asignación de palas y camiones. En caso de no ser satisfecho el requerimiento, la solución es considerada infactible. El procedimiento es como sigue:

1. Sea k_1, \dots, k_{TM} las posiciones ordenadas por su prioridad, y p un subíndice que indica k_p , es decir, la posición p -ésima. Entonces, $D_{ijk_{it}} = \sigma_{ijt} \times Y_{ijk_{it}}^0$, para todo $1 \leq i \leq NF_t$ y $1 \leq j \leq E_{max}$, y $p=1$.

2. Asigne $R = R_{k_p t}$ y $N_{ijk_p t} = 0$ para todo $1 \leq i \leq NF_t$ y $1 \leq j \leq E_{max}$. Entonces,

(a) Evalúe el costo marginal de incrementar un camión asignado a cada pala posible de la siguiente manera:

$$CM_{ij} = \begin{cases} \nu(N_{ijk_p t} + 1) & \text{Si } D_{ijk_p t} > 0, \\ \infty & \text{de otra manera} \end{cases} \quad (19)$$

donde

$$\begin{aligned} \nu(N_{ijk_p t}) = & \sum_{i=1}^{NF_t} \sum_{j=1}^{E_{max}} \{D_{ijk_p t}(Cen_t + Cma_t)T_{ij}(N_{ijk_p t}, d_{k_p t}) \\ & + CC_t D_{ijk_p t} N_{ijk_p t}\} \end{aligned} \quad (20)$$

(b) Sea $CM_{i^*j^*}$ el costo marginal mínimo, distinto de infinito. Entonces,

$$\begin{aligned} N_{i^*j^*k_p t} &= N_{i^*j^*k_p t} + 1 \\ W_{i^*j^*k_p t} &= \min\left\{D_{i^*j^*k_p t}, \frac{R'}{T_{i^*j^*}(N_{i^*j^*k_p t}, d_{k_p t}) : \alpha_{k_p t^*}}\right\} \\ R' &= R' - W_{i^*j^*k_p t} : T_{i^*j^*}(N_{i^*j^*k_p t}, d_{k_p t}) : \alpha_{k_p t^*} \end{aligned} \quad (21)$$

Si no existe un costo marginal distinto de infinito, entonces la solución es infactible, y termine el procedimiento.

(c) Si $R > 0$, entonces vaya al paso (a). Por el contrario, si $R = 0$, siga al paso 3, considerando la asignación de camiones y palas como solución de esta etapa.

3 Si el requerimiento $R_{p t}$ fue satisfecho, y si $p < TM$, entonces

$$\begin{aligned} p &= p + 1 \\ D_{ijk_p t} &= D_{ijk_{p-1} t} - W_{ijk_{p-1} t}, \forall i, j \end{aligned} \quad (22)$$

y vuelva al paso 2. Si $p=TM$, entonces vaya al paso 4.

4 Reporte la solución óptima como W^*_{ijkt} y N^*_{ijkt} para todo $1 \leq i \leq NF_t$, $1 \leq j \leq E_{max}$, $1 \leq k \leq TM$, y $1 \leq t \leq H$.

Por razones de operación del modelo se asignó un número máximo posible de camiones a cada pala (nivel de saturación), con lo cual el procedimiento previo es finito en su proceso de asignación.



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
INGENIERÍA INDUSTRIAL

Magister en Gestión de Operaciones

Objetivo del Magister: "Preparar profesionales de alto nivel en el desarrollo de sistemas de planificación, control y mejoramiento de la eficiencia en la producción de bienes y servicios".

Duración: 3 semestres que incluyen 8 cursos obligatorios, cursos electivos y una tesis.

Condiciones de Admisión: poseer grado académico de licenciado en Ingeniería, o equivalente.

Para mayor información:

- Julie Lagos, Secretaría Docente Dpto. Industrias,
Teléfono: (02) 678 4017, Dirección: Domeyko 2313, Stgo.
- E-mail: mgo@dii.uchile.cl
- Sitio Web: <http://www.dii.uchile.cl/mgo>

